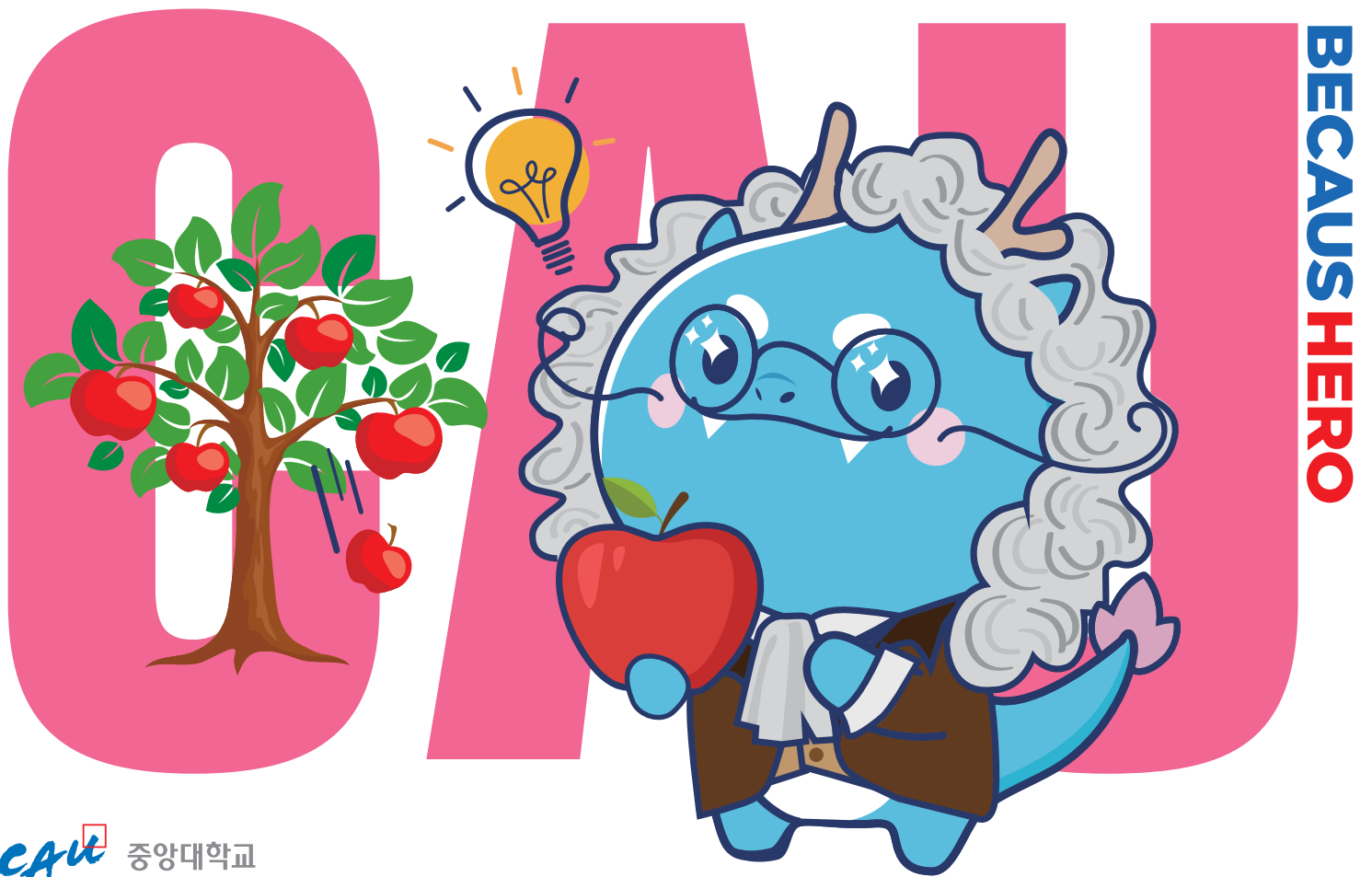


시시대를 넘어 시세대로

기나긴 여정의 끝에 중암이 있을 거예요.

2025
중앙대학교
논술가이드북(자연계열)





208

310

GREEN LOUNGE

2025학년도 중앙대학교 논술가이드북(자연계열)

입학처장 메시지 04

I. 2025학년도 중앙대학교 논술전형 안내

1. 모집단위와 모집인원	11
2. 지원자격	11
3. 전형일정	12
4. 수능최저학력기준	13
5. 전형방법	13
6. 합격자 결정	14
7. 제출서류 및 방법	14

II. 2024학년도 논술전형 결과 분석

1. 모집인원 및 경쟁률	16
2. 지원자 및 합격자 분포	18
3. 논술/교과 성적 현황	20

III. 논술의 이해와 대비법

1. 중앙대학교 자연계열 논술은?	28
2. 자연계열 논술 문항의 구성	28
3. 논술 시험에 대한 조언과 중요한 TIP	29
4. 2024학년도 논술전형 합격자가 들려주는 논술 대비법	30

IV. 실전 대비 모의논술 문제풀이

1. 2025학년도 모의논술 문제	29
2. 2025학년도 모의논술 문제해설	33

V. 2024학년도 수시모집 논술시험 기출문제 및 해설

1. 자연계열 I (1교시) 문제	44
2. 자연계열 I (1교시) 문제해설	48
3. 자연계열 II (2교시) 문제	56
4. 자연계열 II (2교시) 문제해설	60



입학처장 메시지



수험생 여러분, 안녕하세요? 반갑습니다.

저는 중앙대학교 입학처장을 맡고 있는 자연과학대학 생명과학과 이상명 교수입니다.

AI 시대를 선도할 융합형 인재를 육성하는 중앙대학교에서 2025학년도 논술 가이드북을 출간합니다.

중앙대학교의 논술 전형은 수험생의 논리적 사고력을 가늠하고 검증하는데 있어서 뛰어난 평가 방법으로 오랫동안 그 명성을 인정받아 왔습니다. 논리적 사고와 서술 능력은 문제 해결과 의사소통에 매우 중요한 요소입니다. 특히 창의적 사고와 명확한 표현이 더욱 요구되는 AI 시대에 논리적 사고력은 필수적인 기초 소양입니다. 이는 사회 진출 후에도 변화하는 환경에 적응하고 주도적으로 활동하는 데 필요한 핵심 역량이 됩니다.



중앙대학교는 이러한 역량을 갖춘 우수한 학생들을 선발하기 위해 2025학년도 수시모집 논술전형에서 478명의 신입생을 선발합니다. 인문계열 237명, 자연계열 241명을 선발하며, 전형 요소와 반영 비율은 논술 70%, 학생부 30%입니다. 학생부 성적을 반영하지만, 논술고사를 충실히 준비한 학생들이 좋은 평가를 받을 수 있도록 전형이 구성되어 있습니다. 또한, 올해의 논술 문제 역시 수험생들의 부담을 줄이고, 공교육 정상화에 기여하는 방향으로 출제할 예정입니다.

그동안 중앙대학교는 수험생, 학부모님, 진학지도 선생님들의 불필요한 혼란과 걱정을 방지하기 위해 논술 시험에 관한 모든 정보를 투명하게 공개해 왔습니다. 올해도 중앙대학교는 다음 세 가지 원칙을 지킬 것입니다.

-
1. 출제 범위와 문제의 내용은 고등학교 교과 수준을 넘지 않는다.
 2. 고등학교 교육과정을 정상적으로 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 수준의 문제를 출제한다.
 3. 논술 문제, 예시 답안, 채점 기준 등 평가에 관한 모든 정보를 공개한다.
-

본 논술 가이드북에는 올해 5월에 약 5000명의 고등학생을 대상으로 실시한 모의 논술시험의 내용이 담겨 있습니다. 또한, 전년도 출제 문제, 올해 출제 방향, 채점 기준 등이 상세하게 소개되어 있습니다. 수험생들은 이를 통해 2025학년도 중앙대학교 논술시험의 방향을 예측할 수 있을 뿐만 아니라 학교 교과 학습만으로도 충분히 논술 시험을 준비할 수 있을 것이라는 자신감을 가지게 될 것입니다. 중앙대학교 논술 가이드북은 논술전형을 준비하는 학생들에게 최고의 지침서로, 중앙대학교로 가는 여정에서 여러분을 가장 확실한 길로 안내해줄 것입니다.

힘든 입시 기간도 이제 얼마 남지 않았습니다. 건강을 잘 유지하며 끝까지 최선을 다하시기를 기원합니다. 중앙대학교는 여러분의 꿈과 열정을 응원하며, 여러분이 성장해 나가는 모든 순간을 함께할 것입니다. 이 여정의 끝에서 중앙대학교는 새로운 출발점으로서 여러분을 맞이하겠습니다.

2025년 봄꽃이 만개한 중앙대학교 캠퍼스에서 여러분을 만나게 되기를 고대하겠습니다. 여러분의 밝은 미래를 향한 여정에 진심 어린 응원을 보냅니다. 감사합니다.

2024. 7

중앙대학교 입학처장 이 상 명

복합 학문
클러스터

미래 과학기술 분야를 선도할 연구중심대학

메타버스대학원 지원사업 선정

우리 대학이 '메타버스대학원 지원사업'에 선정돼 6년간 55억원의 정부 지원금을 받으며 메타버스 글로벌 전문인력을 양성하게 되었습니다. 메타버스 글로벌 콘텐츠와 기술력을 선도하게 될 이번 사업 주수로 메타버스 관련 시너지를 극대화할 수 있게되었으며 차세대 영상 콘텐츠 환경으로 주목받는 메타버스를 위해 공학적 기술과 예술적 콘텐츠 제작 능력을 두루 겸비한 메타버스 맞춤형 인재를 양성할 계획입니다.

첨단소재·나노융합 분야 혁신융합대학 선정

우리 대학이 4년간 총 408억원에 달하는 정부 지원을 바탕으로 첨단소재·나노융합 분야를 이끌어갈 인재들을 양성하게 되었습니다. 최근 교육부가 주관하는 첨단분야 혁신융합대학(COSS, Convergence and Open Sharing System) 지자체 참여형 사업에 신규 선정되어 연 102억원의 정부재정지원을 4년간 받게 되었고, 융복합 플랫폼 추진의 기반이 될 첨단 제조업을 선도하는 첨단소재·나노융합 분야의 인재들을 길러낼 계획입니다.

에너지인력양성사업 선정 고급인력 양성 개시

우리 대학이 5년간 70억원의 정부 지원금을 바탕으로 에너지저장장치(ESS, Energy Storage System)의 빅데이터를 기반으로 탄소중립 시대를 선도할 에너지 기술분야의 혁신인재를 양성합니다. 산업계가 원하는 인재양성을 위해 대학별 교과목 교차 수강을 비롯해 현장실습, 교육 프로그램 공유 등을 계획하고 있습니다. 대학과 기업 간 협력을 기반으로 한 애로기술 해결 프로젝트 수행, 인턴십 교류, 에너지산업 패러다임 변화도 추진할 예정입니다.

나노-광융합 바이오의료진단 연구센터, 우수 연구성과 창출 선도연구센터 선정

나노-광융합 바이오의료진단 연구센터는 2020년 선도연구센터로 선정돼 7년간 140억원의 정부 지원을 확보하고, 이를 기반으로 COVID-19와 같은 감염병 질환을 현장에서 신속하고 정확하게 판별할 수 있는 현장 진단시스템과 패혈증 병원균을 신속하게 스크리닝하는 시스템 등을 개발하고 있습니다.

✓ 선도연구(SRC) 지원사업

메타리셉툼 제어 연구 센터 | 배리곡물 기반 신물성 연구센터 | 미생물 생존 시스템 연구센터

✓ 선도연구(ERC) 지원사업

나노-광융합바이오의료진단연구센터

친환경건축연구센터(CSBR) 선도연구센터(ERC) 신규과제 선정

CSBR은 2030년 2월까지 135억 원의 지원금을 받으며 '순환경제 기반 탄소중립 건축센터' 연구를 수행할 예정입니다. 건축 탄소중립이라는 목표를 가지고 다양한 핵심기술과 통합운영 플랫폼을 제안하고 글로벌 리딩 산·학·연·관 협력 거점센터를 구축할 계획입니다.

메타리셉툼 제어 연구센터 선도연구센터(SRC) 후속과제 선정

약학대학 메타리셉툼(Metareceptome) 제어 연구센터가 과학기술정보통신부가 주관하는 선도연구센터 지원사업의 후속과제 수행기관으로 선정돼 올해부터 3년간 39억 원의 정부 지원을 받으며, 암 전이 원인을 규명하고 신규 기술과 연구 결과물들을 관련 기업에 기술이전하고 산학협동 공동연구 과제를 적극 마련함으로써 지속 가능한 연구센터로 자리매김 할 계획입니다.

학문분야별 세계대학 순위 9개 분야 랭크

교육 여건, 연구의 질, 산학협력을 포함하는 5개 지표를 기준으로 정해지는 THE(Times Higher Education)의 학문 분야별 순위에서 중앙대는 국내에서 두 번째로 많은 9개 학문 분야가 랭크되었습니다. 종합대학으로서의 면모를 잘 드러낸 우리 대학은 첨단 과학기술 분야에서 좋은 성과를 내고 있어 향후 글로벌 평가가 더 높아질 것으로 전망됩니다.

연구비 수주 전국 5위 등극 연구중심대학 위상 입증

우리 대학은 전국 종합사립대학 중 다섯 번째로 많은 연구비를 수주하며, 미래 과학기술 분야를 선도할 연구중심대학으로서의 위상을 확고히 하였습니다. 앞으로도 CAU 대표 연구소를 육성하고, 신진 연구자 지원을 확대하는 등 더 나은 연구 환경을 조성해 나갈 계획입니다.



중앙대학교는 적극적인 연구비 수주와 첨단 인프라 구축을 바탕으로 미래 사회를 선도하는 융복합 연구중심 대학으로의 전환을 성공적으로 이루었습니다. 뛰어난 연구 역량을 인정받아 전국 종합사립대학 중 다섯 번째로 많은 연구비를 수주하였고, 세계 대학 순위에서도 상위에 이름을 올리며 연구대학으로서의 명성을 높이고 있습니다.

단단한 인프라와 차별화된 비전으로 연구중심대학의 위상을 강화하겠습니다.

학문 전공성과 AI 기술을 융합하는 AI 캠퍼스 구축 - AI+X 교육



**AI 기반으로
첨단 산업 시대를
공략하는 중앙의
특별한 시선**

AI 시대 선도 진취적 인재 양성

우리 대학은 AI학과와 AI대학원, AI 공동 연구소 등으로 AI 교육과 연구를 주도하고 있습니다. 또한, 모든 중앙인이 AI 역량을 갖출 수 있도록 하기 위해, 1학년 부터 AI 관련 강의를 필수 교양 과목으로 지정하여 교육하고 있습니다.

'가상융합대학' 대학 교육의 신대륙

가상융합대학(Virtuallege)은 실감 미디어와 메타버스 기반으로 온라인에서 학위 취득이 가능한 디지털 신기술 중심 단과대학입니다. 학생들은 확장현실(XR)과 같은 가상현실 기반의 수업을 통해 높은 수준의 상호작용을 경험하며 학습합니다.



전공 구분 없이 모든 분야와 AI를 융합한 'CAU AI+X'로
 교육의 새로운 기준을 제시한 중앙대학교.
 대학 교육의 길잡이로서 의미 있는 한 걸음을 내디딘 중앙 안에서
 변화하는 시대의 흐름을 주도하고 특별한 세상을 만들어 갈
 창의 인재가 성장하고 있습니다.



세계 최고 AI 학술대회 논문 게재 성과

우리 대학 첨단영상대학원이 세계 최고 인공지능(AI) 분야 학술대회 CVPR에 치열한 경쟁을 뚫고 4편의 논문을 게재하는 성과를 거두었습니다. 예술과 공학의 융합으로 만들어낸 첨단 영상대학원의 연구성과가 세계 최고 수준으로 인정받게 되었습니다.

신약개발 AI 대회 대상 수상

약학대학의 김지산·한리 학생과, AI 대학원의 장준보 학생이 '신약개발 인공지능(AI) 경진대회'에서 대상인 과학기술 정보통신부 장관상을 수상하였습니다. 이 대회는 신약개발을 위해 AI를 이용한 아이디어를 발굴하고, 인재를 확보하기 위해 열렸으며, 총 1,254개 팀이 참여해 치열한 경쟁을 펼쳤습니다.

우리 대학 KISTI 업무협약 체결

우리 대학은 한국과학기술정보연구원(KISTI)과 '국가 R&D 지식·정보 자원 및 인공지능(AI) 기술 공동 활용을 위한 업무협약'을 체결하였습니다. 이 협약을 통해 KISTI의 서비스와 연구 데이터를 공동으로 활용하여, 다양한 첨단 연구 환경을 조성할 수 있게 되었습니다.

I.

2025학년도 중앙대학교 논술전형 안내

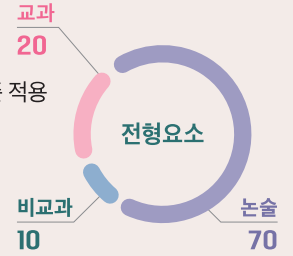
1. 모집단위와 모집인원	11
2. 지원자격	11
3. 전형일정	12
4. 수능최저학력기준	13
5. 전형방법	13
6. 합격자결정	14
7. 제출서류 및 방법	14



2025학년도 중앙대학교 논술전형 안내



- ▶ 논술 70%, 학생부 30%(교과 20% + 비교과(출결) 10%)로 선발하며, 수능최저학력기준 적용
- ▶ 논술: 고등학교 교육과정 내에서 출제하며 인문계열은 통합형, 자연계열은 단일 교과형(수학)으로 출제
- ▶ 교과: 석차등급 상위 5개 과목 반영
- ▶ 비교과(출결): 미인정 결석 1일 이하이면 만점



모집단위와 모집인원

계열	캠퍼스	대학	모집단위	모집인원	계열	캠퍼스	대학	모집단위	모집인원				
인문	서울	인문	국어국문학과	6	자연	서울	자연과학	물리학과	6				
			영어영문학과	9				화학과	6				
			유럽 문화학부	독일어문학				8	생명과학과	6			
				프랑스어문학				8	수학과	6			
				러시아어문학			8	공과	사회기반 시스템공학부	건설환경플랜트공학	9		
			아시아 문화학부	일본어문학			6		도시시스템공학	6			
				중국어문학			6		건축학부	11			
			철학과	6			에너지시스템공학부		9				
			역사학과	6			화학공학과	10					
			사회과학	정치국제학과			6	기계공학부	17				
				심리학과			7	창의ICT 공과	전자전기공학부	18			
				문헌정보학과			6		융합공학부	8			
				사회복지학부			6	소프트웨어	소프트웨어학부	17			
				사회학과			7		SI학과	7			
		도시계획·부동산학과		6			약학	약학부	26				
		공공인재학부		11				의과	의학부	18			
		미디어커뮤니케이션학부		10			적십자간호		간호학과(자연)	13			
		사범	교육학과	6			다빈치	생명공학	생명자원 공학부	동물생명공학	6		
			영어교육과	7						식물생명공학	6		
		경영경제	경제학부	11					식품공학부	식품공학	7		
			응용통계학과	6						식품영양	6		
			광고홍보학과	6				시스템생명공학과		6			
			국제물류학과	6				경영학부	경영학	54			
				6					글로벌금융	6			
		적십자간호	간호학과(인문)					13	공과	첨단소재공학과	7		
									예술공학	예술공학부	10		
		논술(논술)									478		

지원자격

- 고등학교 졸업(예정)자, 2학년 수료예정자 중 상급학교 진학대상자 또는 관계 법령에 의하여 고등학교 졸업자와 동등 이상의 학력이 있다고 인정된 자

2025학년도 중앙대학교 논술전형 안내

전형일정

1) 전형 전체 일정

구분	일시		비고
인터넷 원서접수	2024. 9. 10.(화) 10시 ~ 13.(금) 18시		
서류제출	2024. 9. 10.(화) 10시 ~ 20.(금) 16시		• 해당자에 한해 온라인 업로드: 수시 모집요강 p.61 참고
고사장 조회 및 수험생 유의사항 공고	2024. 11. 19.(화) 14시		• 본교 입학처 홈페이지에서 조회 • 시험장소: 서울캠퍼스 내 고사장
논술고사	자연: 2024. 11. 23.(토)	인문: 2024. 11. 24.(일)	
최초 합격자 발표	2024. 12. 13.(금) 14시		• 등록: 수시 모집요강 p87~90 참고 • 세부 일정은 홈페이지 추후 공고
최초 합격자 문서 등록	2024. 12. 16.(월) ~ 18.(수)		
총원 합격자 발표	2024. 12. 19.(목) ~ 26.(목) 18시		
합격자 전체 등록금 납부	2025. 2. 10.(월) ~ 12.(수)		

※ 상기 일정은 전형 진행에 따라 변경될 수 있으며, 변경 시 본교 입학처 홈페이지 공고

2) 모집단위별 논술고사 일정

구분	11. 23.(토) - 자연계열		11. 24.(일) - 인문계열	
	대학	모집단위	대학	모집단위
1교시 (10:00 -12:00)	자연과학	물리학과, 화학과, 생명과학과, 수학과	경영경제	경영학부 전체, 경제학부, 응용통계학과, 광고홍보학과, 국제물류학과
	공과	사회기반시스템공학부 전체, 에너지시스템공학부, 건축학부, 화학공학과, 기계공학부, 첨단소재공학과		
	생명공학	생명자원공학부 전체, 식품공학부 전체, 시스템생명공학과		
	소프트웨어	소프트웨어학부, 시학과		
	예술공학	예술공학부		
	적십자간호	간호학과(자연)		
2교시 (14:00 -16:00)	창의ICT 공과	전자전기공학부, 융합공학부	인문	국어국문학과, 영어영문학과, 유럽문화학부 전체, 아시아문화학부 전체, 철학과, 역사학과
	약학	약학부	사회과학	정치국제학과, 공공인재학부, 심리학과, 문헌정보학과, 사회복지학부, 미디어커뮤니케이션학부, 사회학과, 도시계획·부동산학과
	의과	의학부	사범	교육학과, 영어교육과
			적십자간호	간호학과(인문)

※ 지원한 모집단위가 배정되어 있는 시험일 및 시간에 응시해야 함(타 시험시간에 응시할 경우 퇴실 조치)

※ 입실은 시험 시작 40분 전까지 완료해야 하며, 시험 시작 이후 입실 불가

수능최저학력기준

● 2025학년도 대학수학능력시험의 등급을 반영하며 아래 기준을 충족해야 함

캠퍼스	계열	모집단위	영역별 기준	탐구영역 반영 방법	공통	
서울	전체	전체(약/의학부 제외)	국어, 수학, 영어, 사/과탐	3개 영역 등급 합 6 이내	상위 1과목 반영	한국사 4등급 이내
		약학부		4개 영역 등급 합 5 이내		
	자연	의학부		2과목 평균 반영 ¹⁾		
다빈치	전체	전체	2개 영역 등급 합 6 이내	상위 1과목 반영		

1) 2과목 평균은 소수점 자리 버림 없이 그대로 반영(예시: 4개 영역 등급 합 5.5인 경우 미충족)

※ 영어 등급 반영 시 1등급과 2등급을 통합하여 1등급으로 간주하여 수능최저학력기준 충족여부를 산정

※ 제2외국어와 한문은 반영하지 않음

전형방법

1) 전형요소: 논술 70% + 학생부 교과 20% + 학생부 비교과(출결) 10%

※ 전형 최고점 1,000점, 최저점 0점 기준

2) 학교생활기록부 반영 방법(수시 모집요강 p.79-82 참고)

① 학교생활기록부 성적 반영대상: 지원자 전체(단, 비교내신 대상자 제외)

교과		비교과(출결)
반영 교과	반영 교과의 반영 방법	
국어, 수학, 영어, 사회, 과학교과	석차등급 상위 5개 과목의 환산점수 활용 ※ 석차등급이 없는 과목은 반영하지 않음 ※ 교과별/학년별 가중치 없음	미인정 결석 일수 기준으로 환산점수 반영

② 비교내신 대상 및 반영 방법

비교내신 대상	반영 방법
<ul style="list-style-type: none"> 국내고교 2023년 2월 이전 졸업자(2023년 2월 졸업자 포함) 	논술성적에 의한 비교내신 적용
<ul style="list-style-type: none"> 검정고시 출신자, 외국고교 졸업(예정)자, 학교생활기록부가 없거나 학교생활기록부만으로 석차등급을 산출할 수 없는 자 	

3) 논술

① 출제수준

- 고등학교 교육과정의 내용과 수준에 맞추어 출제
- 대학에서의 수학에 필요한 사고력과 쓰기 능력 측정에 중점을 둔 출제

② 출제유형

계열	논술유형	모집단위	출제유형	시험시간
인문	인문사회	인문대학, 사회과학대학, 사범대학, 간호학과(인문)	언어논술(3문항)	120분
	경영경제	경영경제대학	언어논술(2문항), 수리논술(1문항)	
자연	자연	전 모집단위	수리논술(4문항)	

③ 출제범위

계열	논술유형	출제유형	교과	과목명
인문	인문사회/ 경영경제	언어논술	국어교과	국어, 화법과 작문, 문학, 독서, 언어와 매체
			사회교과	통합사회, 한국지리, 세계지리, 세계사, 동아시아사, 경제, 정치와 법, 사회·문화, 생활과 윤리, 윤리와 사상
	경영경제	수리논술	수학교과	수학, 수학 I, 수학 II, 확률과 통계
자연	자연	수리논술	수학교과	수학, 수학 I, 수학 II, 확률과 통계, 미적분, 기하

2025학년도 중앙대학교 논술전형 안내

합격자 결정

- 1) 모집단위별 총점 순으로 합격자를 결정합니다.
- 2) 결시자는 불합격으로 처리합니다.
- 3) 본교 입학전형심의위원회의 심사 결과 결격자(지원자격 미충족자 포함)는 불합격으로 처리합니다.
- 4) 동점자 처리 기준

구분	동점자 처리 기준
인문	논술 총점 고득점자 → 2번 문항 점수 고득점자 → 1번 문항 점수 고득점자 → 3번 문항 점수 고득점자
자연 (약학부/의학부 포함)	논술 총점 고득점자 → 4번 문항 점수 고득점자 → 3번 문항 점수 고득점자 → 2번 문항 점수 고득점자 → 1번 문항 점수 고득점자

※ 동점자 처리 기준 적용 후에도 동점인 경우 전원 선발함

- 5) 적격자가 없는 경우 모집인원보다 적게 선발할 수 있습니다.

제출서류 및 방법

1) 제출서류

구분	제출대상	제출서류	세부내용	세부내용
필수	전체	학교생활기록부 및 관련 서류	<ul style="list-style-type: none"> • 온라인 제공 동의자*: 원서접수 시 온라인 제공 동의 선택 • 그 외: 온라인 업로드 (2024. 9. 10.(화) 10시 ~ 20.(금) 16시) 	<ul style="list-style-type: none"> • 국내고교: 학교생활기록부 (2023년 2월 이전 졸업자의 경우 졸업증명서로 제출 가능) • 외국고교: 졸업(예정)증명서 • 검정고시: 합격증명서

* 온라인 제공 동의: - 국내고: 2017년 2월 ~ 2025년 2월 졸업 학교생활기록부 온라인 제공 동의 지원자 (2005년 2월 ~ 2016년 2월 졸업자는 희망 시 '대입전형자료 온라인 생성신청 시스템'을 통해 신청 가능)
- 검정고시: 2016년 1회차 ~ 2024년 1회차 검정고시 온라인 제공 동의 지원자

2) 서류제출 방법

- 서류제출 대상자는 '1) 제출서류' 표의 해당 서류를 아래 방법에 따라 온라인 제출해야 합니다.

온라인 업로드	기한	2024. 9. 10.(화) 10시 ~ 20.(금) 16시, 해당 기간 내 재업로드 가능
	대상 서류	'1) 제출서류'의 해당 서류
	방법	원서접수 완료 후 접수확인 페이지에서 대상 서류 전체를 1개의 파일로 스캔하여 온라인 업로드 (50MB 이내, PDF만 가능)

※ 서류제출 유의사항

- 모든 서류는 온라인 업로드로 제출하며, 우편 및 방문제출이 불가합니다.
- 보완서류 발생 시 요청시기: 2024년 11월 ~ 12월 중(수시 모집요강 p.23 '지원자 유의사항 - 7)번' 참고)
- 영어 외의 외국어로 작성된 서류는 원본(또는 원본대조필된 사본)과 함께 공증받은 영문 또는 국문 번역서를 제출해야 합니다.
- 제출서류와 입학원서 인적사항 내용이 불일치하는 경우(개명했거나 주민등록번호가 변경된 지원자), '주민등록초본 1부'를 추가로 제출해야 합니다.
- 중앙대학교 학칙 제21조(입학허가 및 취소)에 의거하여, 대학전형 간 부정행 방법(제출서류의 허위 기재, 위변조 등의 기타 부정행위)으로 지원하거나, 이에 동조하여 공정한 학생선발 업무를 방해한 경우 입학에 취소할 수 있습니다.
- 수험표는 별도 제출하지 않으며 전형 당일 신분증과 함께 지참해야 합니다.
- 최종합격(등록)자 제출서류 원본 제출 안내
 - 최종합격(등록)자는 온라인 업로드한 '제출서류'의 원본을 2025. 3. 4.(화)까지 본교에 제출해야 합니다.(온라인 제공 동의를 한 학교생활기록부는 제출하지 않음)
 - 최종합격(등록)자 중 고교 졸업예정자는 지원자격 재확인을 위하여 고교졸업증명서 원본 1부를 **고교 졸업일 이후** 발급하여 2025. 3. 4.(화)까지 추가로 제출해야 합니다.

II. 2024학년도 논술전형 결과 분석

1. 모집인원 및 경쟁률	16
2. 지원자 및 합격자 분포	18
3. 논술/교과 성적 현황	20





2024학년도 논술전형 결과 분석

모집인원 및 경쟁률

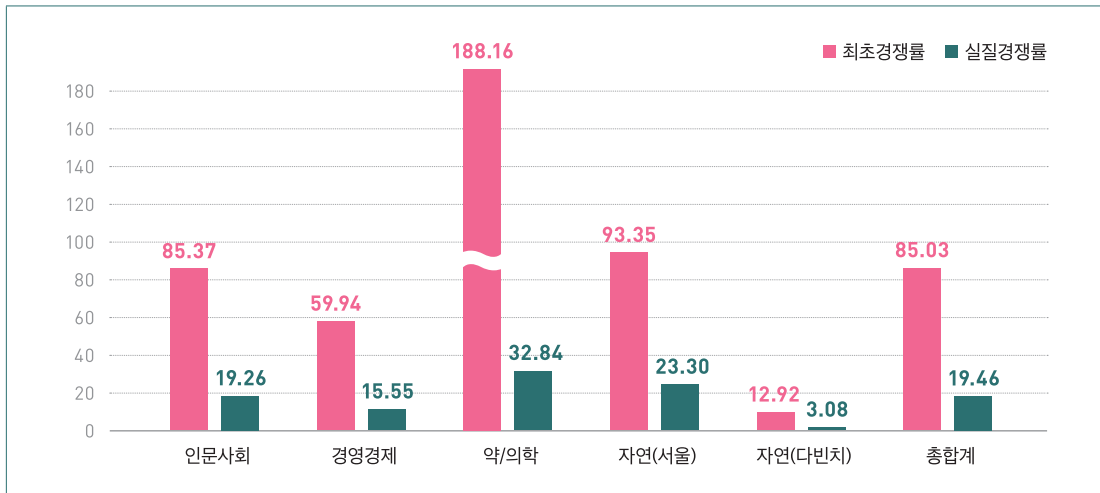
- 논술전형 경쟁률 85.03:1 (478명 모집, 40,642명 지원)
- 의학부(203.42:1), 약학부(176.56:1), 미디어커뮤니케이션학부(129.22:1), 소프트웨어학부(111.25:1), 전자전기공학부(107.72:1), 생명과학과(102:1) 심리학과(101.5:1) 최상위 경쟁률 기록

[표1-1] 논술전형 경쟁률 및 총원율

모집계열	모집인원	지원인원	최초경쟁률	실질경쟁률	총원율
인문사회	129	11,013	85.37:1	19.26:1	14.6%
경영경제	88	5,275	59.94:1	15.55:1	12.0%
약/의학	44	8,279	188.16:1	32.84:1	12.0%
자연(서울)	165	15,403	93.35:1	23.30:1	22.9%
자연(다빈치)	52	672	12.92:1	3.08:1	23.5%
총계	478	40,642	85.03:1	19.46:1	18.0%

※ 24년 7월 18일 자료 자연(서울), 자연(다빈치)의 정보가 정정되어 인쇄본과 내용의 차이가 있을 수 있습니다

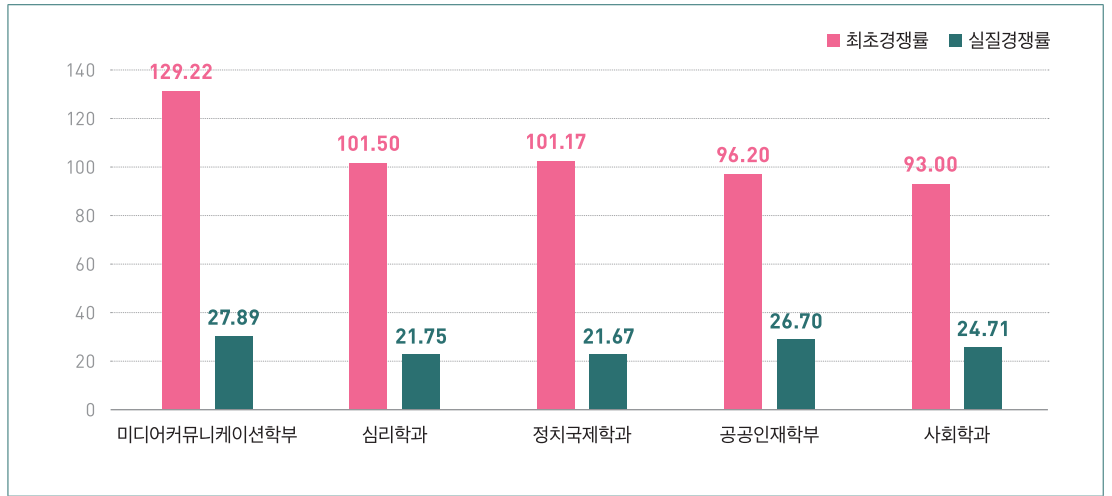
[그림 1-1] 2024학년도 논술전형 최초경쟁률 및 실질경쟁률



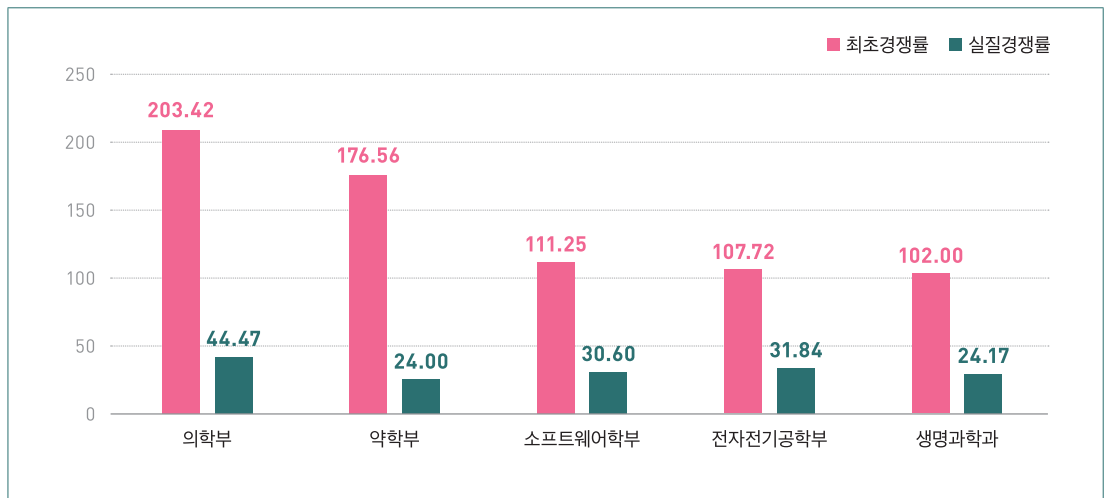
2024학년도 논술전형 경쟁률은 전체 85.03:1로, 전년도(70.32:1) 보다 상승하였다. 이는 수능최저학력기준의 완화로 수험생의 접근성을 높인 결과로 보인다. 논술전형의 경쟁률은 수시모집 타 전형에 비해 높지만, 실질 경쟁률은 최초경쟁률에 비해 현저히 낮은 수준이기 때문에 원서접수 마감 후 공지되는 최초 경쟁률에 주목할 필요는 없다. 논술계열별 최초경쟁률과 실질경쟁률(응시율/수능최저기준통과율 적용)을 비교해보면 **인문사회는 19.26:1, 경영경제는 15.55:1, 자연(서울)은 23.30:1 등 실질경쟁률이 최초경쟁률 대비 1/4 수준으로 낮은 모습을 보인다.**

서울 소재 자연계열 모집단위(학과)의 2024학년도 평균경쟁률은 89.80:1로 상승하였다. 의학부의 경우 203.42:1의 경쟁률로 지난해(238:1)와 비교하여 하락하였으며, 이와 반대로 약학부는 176.56:1의 경쟁률을 보여 지난해(126.77:1) 대비 높은 경쟁률 상승을 기록했다. 다빈치캠퍼스 자연계열 모집단위는 12.25:1로 자연계열 평균경쟁률보다 낮은 경쟁률을 기록했다.

[그림1-2] 인문계열 경쟁률 상위 5개 모집단위



[그림1-3] 자연계열 경쟁률 상위 5개 모집단위



계열별 경쟁률이 가장 높은 다섯 개 학과는 [그림 1-2], [그림 1-3]에서 확인할 수 있다. 인문계열에서는 사회과학대학 소속 학과의 경쟁률이 높은 편이었으며, 이 중 미디어커뮤니케이션학부와 심리학과는 11년 연속 최상위 경쟁률을 보이며 인기 학과임을 입증하였다. 자연계열에서는 의학부의 경쟁률이 전년도와 마찬가지로 가장 높았고, 의학부와 약학부를 제외하면 소프트웨어학부가 가장 높은 경쟁률을 보였다.

2024학년도 논술전형 결과 분석

지원자 및 합격자 분포

- 지원자 및 합격자의 약 70% 일반고 출신 학생이 차지
- 지원자의 약 33%, 합격자의 약 42%가 고3(졸업예정자)으로 나타남

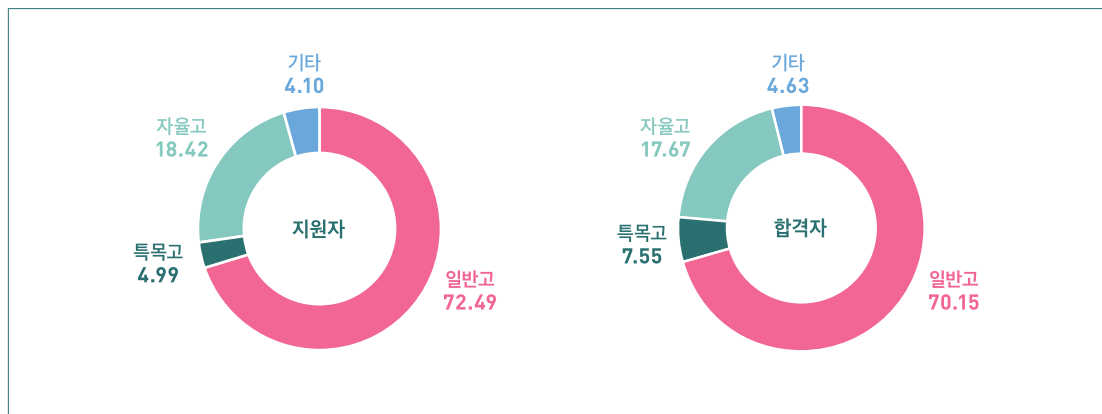
1) 고교 유형별 분석

합격자의 70%가 일반고 출신이며, 17.7%가 자율고, 7.5%가 특목고 출신 학생으로, 전년대비 일반고가 약진하고 자율고 및 특목고가 소폭 하락하였다. 특목고의 지원대비 합격비율은 인문계열에서 높게 나타났으며, 자연계열의 경우 지원자 대비 합격자 비율이 낮았다.

[표2-1] 논술전형 지원/합격자의 고교유형별 현황(%)

계열	지원				합격			
	일반고	특목고	자율고	기타	일반고	특목고	자율고	기타
인문	71.83	10.07	13.19	4.91	66.93	15.94	12.75	4.38
자연	72.94	1.59	21.90	3.57	72.59	1.20	21.39	4.82
전체	72.49	4.99	18.42	4.10	70.15	7.55	17.67	4.63

[그림2-1] 논술전형 지원/합격자의 고교유형별 현황(%)



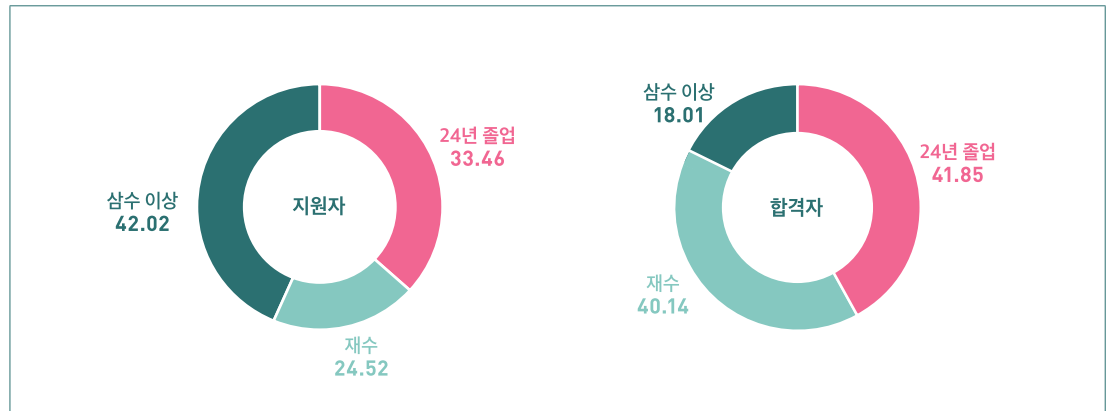
2) 고교 졸업시기별 분석

지원자 중 33.46%가 고3(졸업예정자)였으며, 합격자 비율은 41.85%로 지원 비율 대비 높은 합격률을 보였다. 계열별로는 인문계에서 재수생이, 자연계에서는 고3 지원자가 강세를 보였다.

[표2-2] 논술전형 지원/합격자의 고교졸업시기별 현황(%)

계열	지원			합격		
	24년 졸업(고3)	재수	삼수 이상	24년 졸업(고3)	재수	삼수 이상
인문	32.30	45.14	22.56	29.09	49.00	21.91
자연	34.24	39.94	25.82	51.51	33.43	15.06
전체	33.46	24.52	42.02	41.85	40.14	18.01

[그림2-2] 논술전형 지원/합격자의 고교졸업시기별 현황(%)



2024학년도 논술전형 결과 분석

논술/교과 성적 현황

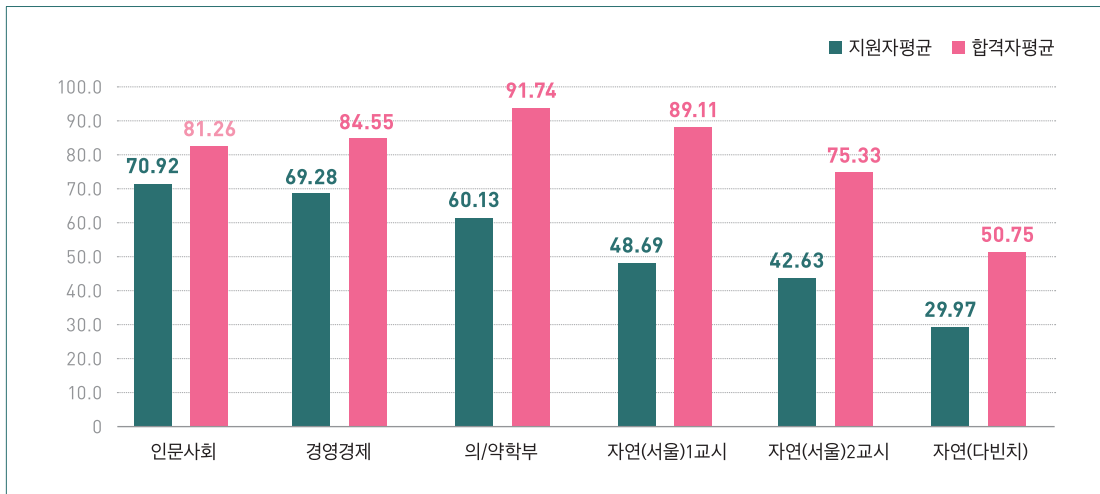
- 합격자 논술 인문사회 79.28점, 경영경제 84.5점, 자연(서울) 75.22점, 자연(다빈치) 52.7점
- 경영경제, 자연계열 논술 수리문항의 고득점 중요
- 2024학년도 자연계열 과학논술 폐지, 확률과 통계 출제범위 추가

1) 논술성적 분석

[표 3-1] 논술 유형별 지원/합격자 논술성적 현황

캠퍼스	구분	교시	지원		합격	
			평균	표준편차	평균	표준편차
서울	인문사회	2교시	70.92	8.38	81.26	2.87
	경영경제	1교시	69.28	10.37	84.55	1.66
	자연 (의/약학부 제외)	1교시	48.69	20.22	89.11	6.10
		2교시	42.63	14.78	75.33	4.76
	의/약학부	2교시	60.13	18.35	91.74	4.29
다빈치	자연	1교시	29.97	17.63	50.75	14.82

[그림 3-1] 논술 유형별 지원/합격자 논술성적 현황



본교 논술은 「공교육정상화법」 제10조제1항에 의거, 사교육을 최소화 하고 공교육을 공고히 하기 위해 논술전형에 출제되는 제 시문과 개념 모두 고교과정의 교과서에서 인용하고 있다. 따라서 고교 교육과정을 충실히 이수하고, 논술 가이드북을 활용한다면 논술시험에 충분히 대비할 수 있다.

본인이 지원하는 계열에 대한 대비가 중요하다. 인문계열은 지원하는 모집단위에 따라 인문사회논술 또는 경영경제논술을 응시하게 된다. 인문사회논술은 언어논술 3문항, 경영경제논술은 언어논술 2문항과 수리논술 1문항으로 구성된다. 인문사회논술의 합격자 평균점수는 **81.26점**, 경영경제의 합격자 평균점수는 **84.55점**이다. 경영경제논술의 경우 합격자 대부분이 수리논술에서 고득점을 받았다. 수리논술의 난도가 높지 않은 만큼 풀이 과정을 정확히 작성하는 것이 중요하며, 접근과정과 정답을 작성하되 수식을 통하여 설명하는 것이 중요하다.

자연계열은 작년 2024학년도 논술전형부터 과학논술이 폐지되어 기존 수학 3문항, 과학 1문항에서 수학 4문항으로 변경된 점이 가장 큰 변화다. 기존에 과학문항보다 수학문항에서 변별력이 높았던 만큼, 지원자 평균 점수와 합격자 평균 점수의 간극이 더욱 벌어진 것이 확인되었다.

같은 자연계열 논술 임에도 1교시와 2교시간 합격자 평균점수가 큰 것을 볼 수 있다. 결과만 보았을 때 자연계열 2교시가 1교시보다 어렵게 출제된 것으로 보이며, 이 점을 참고하여 기출문항을 분석하는 것이 좋을 것이다.

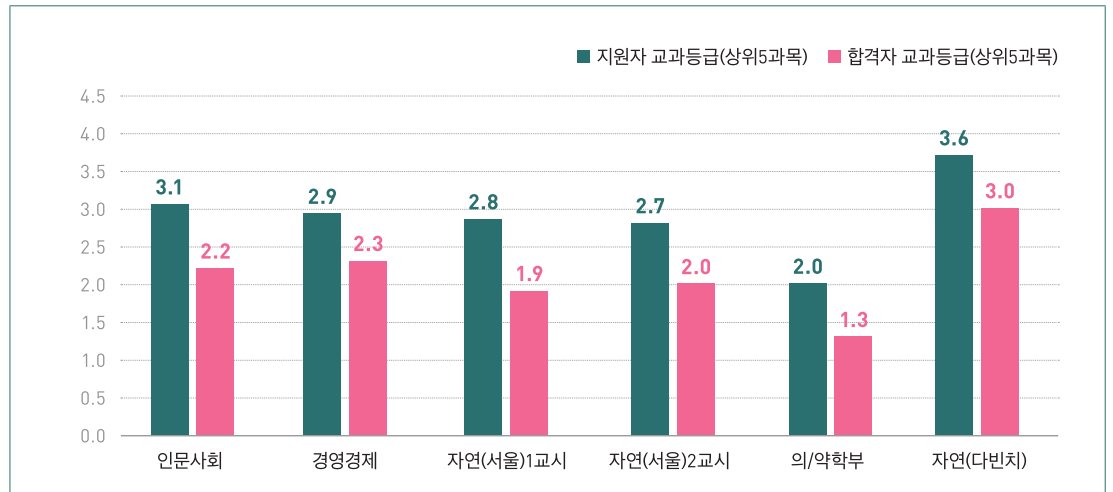
다빈치캠퍼스는 합격자 평균이 50.75점, 표준편차가 14.82에 달해 수능최저학력기준을 통과한다면 합격 가능성이 매우 높다는 점을 확인할 수 있다.

2) 교과 성적 분석

[표 3-2] 지원/합격자의 교과 성적(상위 5과목) 현황

캠퍼스	구분	교시	지원		합격	
			평균	표준편차	평균	표준편차
서울	인문사회	2교시	3.1	1.2	2.2	0.9
	경영경제	1교시	2.9	1.2	2.3	1.0
	자연 (의/약학부 제외)	1교시	2.8	1.1	1.9	0.8
		2교시	2.7	1.1	2.0	0.8
	의/약학부	2교시	2.0	1.1	1.3	0.8
다빈치	자연	1교시	3.6	1.2	3.0	1.0

[그림 3-2] 지원/합격자의 교과 성적(상위 5과목) 현황



교과 성적 반영방법 중 가장 큰 특징은 전체 과목을 모두 반영하는 것이 아닌, 상위 과목에 한해 교과 성적으로 반영하는 것이다. 1~3학년 반영교과 전체 이수과목 중 학년별, 과목별 가중치 없이 국어, 영어, 수학, 사회, 과학 과목 중 석차등급으로만 가장 높은 상위 5과목을 반영한다. 그렇기 때문에 실질적 교과 반영 비율은 높지 않으며, 논술 성적이 당락에 크게 좌우함을 알 수 있다.

올해 교과 성적 반영은 2025년 2월 졸업예정자부터 2024년 2월 졸업자까지 적용하며, 이전 졸업자 및 해외고교 졸업자 등은 논술 성적에 의한 비교 내신을 적용한다.



2024학년도 논술전형 결과 분석

논술/교과 성적 현황

캠퍼스	대학	모집단위	최초 경쟁률	실질 경쟁률	논술점수		교과등급*	
					응시자평균	합격자평균	합격자평균	
서울	인문대학	국어국문학과	73	17.83	69.9	80.4	2.3	
		영어영문학과	81.1	20.7	70.2	79.2	1.7	
		유럽문화학부	독일어문학	68.25	13.75	70.2	79.6	2.3
			프랑스어문학	72	14.5	67.5	78.2	2.6
			러시아어문학	72.75	13	74	84	3.1
		아시아문화학부	일본어문학	67.75	15	73.5	84.1	2.5
			중국어문학	66.5	12.5	74.4	85.5	2.4
	철학과	79.4	17.6	75.6	84.4	2.3		
	역사학과	71	14.2	71.7	80.2	2.7		
	사회과학대학	정치국제학과	101.17	21.67	73.9	85.2	2.9	
		심리학과	101.5	21.75	69.8	81.3	2.1	
		문헌정보학과	77.5	19.25	70.4	82.5	1.6	
		사회복지학부	74.5	15.67	74	84.6	1.9	
		사회학과	93	24.71	77	85	2.1	
		도시계획·부동산학과	84.8	18	69.7	80.1	1.8	
		공공인재학부	96.2	26.07	68.8	80.5	2.3	
	미디어커뮤니케이션학부	129.22	27.89	71	81.7	2.4		
	사범대학	교육학과	72.6	14.4	71.4	79.2	2.2	
		영어교육과	74.57	18.86	68.3	79.6	2	
	경영경제대학	경제학부	55.82	13.91	71.9	86	1.9	
		응용통계학과	56.4	13.2	72.1	86.3	2.5	
		광고홍보학과	58.67	11.83	73.6	86.6	2.6	
		국제물류학과	51.4	8.6	71.5	85.2	3.4	
		경영학부	경영학	62.15	17.24	67.8	83.9	2.3
	글로벌금융		58.67	14.5	73.1	85.1	2.2	
	적십자간호대학	간호학과(인문)	80.09	13.82	66.9	78.4	2.1	
	자연과학대학	물리학과	75	12.8	51.6	89.3	2.3	
화학과		82.4	21.6	50.1	88.1	2.1		
생명과학과		102	24.17	46.6	89.9	1.7		
수학과		79.4	17.2	58.9	92.1	1.5		
공과대학	사회기반시스템공학부	건설환경플랜트공학	81.11	18.11	47.5	87.3	2.3	
		도시시스템공학	80.4	17.2	46	85.1	1.9	
	건축학부	84.5	17.2	44.8	84.9	2.7		
	에너지시스템공학부	91.7	20.8	50.3	91.9	1.8		
	화학공학과	101.7	26.1	46.1	89.4	2.1		
	기계공학부	95.39	22.74	49.3	89.4	2		
창의ICT공과대학	전자전기공학부	107.72	31.84	42.2	75.4	1.8		
	융합공학부	97.8	26.6	44.4	76.5	1.9		
소프트웨어대학	소프트웨어학부	111.25	30.6	51.1	94.7	1.4		
	SI학과	100.8	25.2	48.4	91.6	2.1		
경영경제대학	산업보안학과(자연)	78	16.75	41.1	70.8	3		
약학대학	약학부	176.56	24	55.5	88.7	1.3		
의과대학	의학부	203.42	44.47	64	95.1	1.4		
적십자간호대학	간호학과(자연)	60.77	12.46	42.7	80.4	1.9		
다빈치	생명자원공학부	동물생명공학	10.83	2	26.6	45.8	3.4	
		식물생명공학	11	3.33	34.3	59.2	2.7	
	식품공학부	식품공학	12.14	3.86	30.6	53.3	2.7	
		식품영양	10.5	1.17	23	55.8	3.2	
	시스템생명공학과	20	4.83	36.2	62.1	2.7		
	공과대학	첨단소재공학과	16.63	3.13	31.7	56.3	3.2	
예술공학대학	예술공학부	10.77	3.08	26	44	3.2		
총 계			85.03	19.46	58.5	80.8	2.2	

* 교과등급은 반영교과(국영수사과) 상위 5과목 평균 등급임

III.

논술의 이해와 대비법

- | | |
|-------------------------------------|----|
| 1. 중앙대학교 자연계열 논술은? | 24 |
| 2. 자연계열 논술 문항의 구성 | 24 |
| 3. 논술 시험에 대한 조언과 중요한 TIP | 25 |
| 4. 2024학년도 논술전형 합격자가
들려주는 논술 대비법 | 26 |

304



논술의 이해와 대비법

중앙대학교 자연계열 논술은?

우리 학교가 수시모집 전형에서 논술전형을 계속 유지하는 가장 큰 이유는 중앙대학교 논술전형이 미래지향적인 인재를 선발하는 효율적인 평가 방식이라고 확신하기 때문이다. 오랜 기간 논술전형의 관리 역량을 축적해 온 우리 학교는 논술전형을 통하여 우수한 학생을 성공적으로 선발해 오고 있다. 이는 논술전형을 통해 입학한 학생들의 본교 입학 후 학업 성취도에서 증명되고 있다.

중앙대학교 2025학년도 논술전형 시험의 전체적인 출제 방향 및 평가 목표는 향후 중앙대학교에 진학하여 학문을 탐구하는데 있어 부족함이 없는 인재를 합리적이고 객관적으로 선발하는 데 맞춰져 있다. 이를 위해 중앙대학교 자연계열 논술 시험에서는 수험생들이 고교과정에서 배운 수학의 기본 개념들을 잘 이해하고 있는가, 기본 개념들과 문항 또는 제시문을 통해 이해한 내용을 바탕으로 논리적 사고를 전개할 수 있는가, 문제를 창의적으로 해결할 수 있는가, 자신이 생각한 바를 언어나 수식을 통해 논리적으로 기술할 수 있는가를 중점적으로 평가할 것이다. 기본적으로 논술 문제는 수학, 수학, 수학II, 미적분, 확률과 통계, 기하 교과서의 내용에 기초하여 출제할 것이다.

중앙대학교 자연계열 논술의 기본 성격은 2014학년도까지는 여러 교과목에 대한 제시문을 통합적으로 이해해야 풀 수 있는 통합형 논술이었다. 그러나 학교 시험, 수능준비와 함께 통합형 논술을 준비해야 하는 수험생의 부담과 논술을 지도하시는 일선 교사 선생님들의 고충을 덜어 드리기 위해 오랜 논의를 거쳐 2015학년도 논술 시험부터 과거 통합형의 틀을 벗어나 단일교과형 논술 문항을 출제하기로 하였고, 이를 2014년 봄에 시행된 모의논술부터 적용하였다.

또한 2024학년도 수시 논술전형부터 자연계열 논술전형에서 과학교육을 폐지하고 수학교육에서만 논술 문제가 출제되는 변화가 발생하였다. 이는 수험생의 사교육 의존도를 낮추고, 과학교육 선택의 유불리에 대한 불안감을 해소하며, 논술 준비에 대한 부담감을 줄여주는 긍정적인 측면이 있으리라 판단한다.

중앙대학교 자연계열 논술을 준비하는 수험생들이 이렇게 변화된 포맷에 익숙해지기 위해서는 최근에 치러진 모의논술 및 본 논술 문항을 풀어보아야 하며, 매년 발행하는 논술가이드북의 내용을 적극 활용하는 것이 올해 논술에서 좋은 결과를 얻을 수 있는 필수사항이다. 전년도에 발간된 2024학년도 중앙대학교 논술 가이드북은 알찬 내용과 자세한 설명으로, 중앙대학교 논술을 준비하는 수험생과 이를 활용하여 학생들을 지도하시는 선생님들께 큰 도움이 될 것이라 확신하며 정성껏 제작한 책이다.

올해 발간될 2025학년도 논술가이드북을 통하여 제시하게 될 논술 출제 형식은 본 논술에서 반드시 유지할 것이며, 이는 논술 시험에 대한 예측 가능성을 높여 수험생들이 사교육에 의존하는 것을 방지하는데 가장 큰 목적이 있다. 학교에서 습득한 교과목의 지식을 바탕으로 논술가이드북의 정보를 잘 활용한다면 중앙대학교의 논술전형에서 좋은 결과를 얻을 수 있을 것이다.

자연계열 논술 문항의 구성

중앙대학교 자연계열 논술 문항의 전체적인 구성은 다음과 같다.

[문제 1], [문제 2], [문제 3], [문제 4] 모두 수학교육의 문항으로서 지원자가 전부 풀어야 하는 문항이며, 배점은 각각 20점, 25점, 25점, 30점이다. [문제 1]은 상대적으로 평이한 문항으로서 확률과 통계의 범위에서 출제된다. [문제 2], [문제 3], [문제 4]는 고교 수학 전반에 기초하며, 특히 미적분과 기하에 관하여 출제되는 문항으로서 [문제 1]에 비하여 상대적으로 난도가 높은 문항이 출제된다. [문제 2], [문제 3], [문제 4]는 각각 소문항 두 개로 구성된다.

[문제 1]에서 경우의 수, 확률, 기댓값 등에 관한 문제를 출제하는 이유는, 문제에서 설명되고 주어지는 정보를 수험생들이 정확하게 이해하고 문제 풀이에 적용하는 이해력과 응용력을 측정하기 위함이다. 어려운 수학 문제를 잘 풀어내는 학생들도 이러한 유형의 문제처럼, 상황에 대한 정보를 주고 풀어야 할 목표를 제시하면 의외로 당황하여 난감해하는 경우가 많다. [문제 2], [문제 3], [문제 4]는 수험생들에게 상대적으로 익숙한 형태의 문항이 될 것이다.

논술 시험에 대한 조언과 중요한 TIP

중앙대학교 논술 시험의 시간은 두 시간, 즉 120분으로 제한되어 있으며, 자연계열 논술 시험에서는 답안 작성 시, 인문계열 처럼 원고지 작성법, 맞춤법 등으로 인한 감점사항은 없다. 수험생에게 제공되는 답안지는 각 문항별로 답안을 작성해야 하는 영역이 나뉘어져 있으며, 수험생들은 반드시 해당 문항의 답안지 영역 내에서 자유롭게 본인의 답안을 적어 제출하면 된다.

논술 시험을 성공적으로 치르기 위해서 고려할 사항은 많이 있으나, 가장 중요한 것이 무엇인지 살펴보자.

먼저 시간을 효율적으로 활용하여야 한다. 보통 때는 두 시간이 길게 느껴질 수도 있지만, 긴장과 집중이 최고도에 달하는 논술 시험장에서의 두 시간은 상대적으로 금방 지나가는 것처럼 느껴질 것이다. 따라서 문제를 푸는 순서를 미리 정해서 시험에 임하는 것도 좋은 전략이다.

가장 좋은 문제 풀이 순서는 제일 먼저 [문제 1]을 풀이하는 것이다. 그 이유는 [문제 1]이 상대적으로 가장 쉬운 문제이기 때문이다. 즉, [문제 2], [문제 3], [문제 4]에 많은 시간이 소요될 가능성이 높아서, 이 문제들을 먼저 풀려고 하는 것은 추천하고 싶지 않은 전략이다. 왜냐하면, 어려운 문제를 먼저 대하게 되면 자신감의 상실로 이어질 가능성이 높고, 또한 특정한 문제에 지나치게 오랜 시간을 소비하는 것은 좋지 않기 때문이다. 결과적으로, 상대적으로 쉬운 문제를 가능한 한 빨리 풀어서 어려운 문제 풀이에 필요한 시간을 확보하고, 쉬운 문제에서 감점 요인을 최소화하여 고득점을 올리는 것이 합격의 가능성을 높일 수 있는 전략이라고 할 수 있다.

논술 문항을 풀다 보면 막히는 문제를 만날 수도 있다. 그런 일이 발생했을 때 스스로를 긴장시키는 실수를 범해서는 안 된다. 제한된 시간 내에 자신의 실력을 제대로 발휘하는데 가장 큰 적은 긴장하는 것이다. 내게 어려운 문제는 다른 수험생들에게도 어려울 것으로 생각하며 긴장하지 말아야 한다.

기출 문제를 반드시 풀어보아야 하는 것도 필수적이다. 앞서 언급한 바와 같이, 중앙대학교 자연계열 논술은 2024학년도 입시부터 포맷이 변경되었기 때문에, 수험생들은 2024학년도 모의논술과 수시모집 논술시험의 기출문제를 비롯하여 이전 논술에서 과학과목을 제외한 수학과목의 기출문제를 풀어보아야 한다. 논술가이드북에는 기출문제에 대한 해설, 설명, 접근 방법 등의 내용이 매우 상세하게 제시될 것이니, 이를 잘 활용하는 것도 필수사항이라 하겠다.



2024학년도 논술전형 합격자가 들려주는 논술 대비법

자연과학대학
물리학과
24학번 최선준

Q. 안녕하세요? 자기소개 부탁드립니다.

A. 안녕하세요. 2024학년도 중앙대학교 물리학과 논술전형 합격자 최선준입니다.

Q. 치열한 경쟁을 이겨내고 논술전형에 합격하신 것을 축하드립니다. 최선준 학생이 생각하는 중앙대학교 논술시험의 특징은 무엇이며, 지원하게 된 자신만의 강점이 있다면?

A. 중앙대학교의 논술시험 문제는 타 대학에 비해 계산이 깔끔하고 수능과의 괴리가 적습니다. 수능과 유사한 유형의 문제들이 출제되어 수능 공부가 논술 준비에도 큰 도움이 되었습니다. 저는 평소에 수능 모의고사에서 수학 점수가 잘 나왔고, 이러한 실력이 논술 시험에서도 그대로 발휘될 것이라고 생각했습니다. 그래서 중앙대학교에 도전하게 되었습니다. 저는 특히 문제를 정확하게 푸는 것에 자신이 있었고, 이러한 점이 큰 강점이 되었다고 생각합니다. 계산 과정에서 실수를 줄이고 문제를 체계적으로 접근하는 능력이 중앙대학교 논술시험에 최적화된 강점이었습니다.

Q. 논술과 수능 시험 때 많이 떨리지는 않았나요? 논술과 수능 시험 당일에 있었던 에피소드나 긴장을 풀 수 있는 자신만의 방법이 있다면 우리 수험생들을 위해 공유해주세요.

A. 수능시험 때는 정말 많이 떨렸습니다. 긴장을 줄이는 데는 자신만의 루틴을 만드는 것이 큰 도움이 됩니다. 저는 시험 당일 아침에 조용한 음악을 들으며 마음을 가라앉히고, 깊게 숨을 쉬며 마음을 다잡았습니다. 논술 시험 당일에는 가벼운 스트레칭과 짧은 산책을 통해 마음을 안정시켰습니다. 작은 루틴들이 쌓여 큰 차이를 만들 수 있습니다.

Q. 논술시험을 준비하고 합격할 수 있었던 나만의 팁이 있다면? 논술가이드북을 활용했다면 활용방법도 공유해주세요.

A. 저는 평소에 개념 위주의 공부를 철저히 했기 때문에 논술 준비가 비교적 수월했습니다. 중앙대학교 홈페이지에서 제공하는 논술 예문제목을 적극적으로 풀어보며 문제 유형을 미리 파악했습니다. 이를 통해 출제 경향과 답안 작성 요령을 익히는 데 많은 도움이 되었습니다. 또한, 논술가이드북을 활용하여 다양한 예제 문제를 풀어보며 논술 문제에 대한 이해를 높였습니다. 가이드북에 있는 예시 답안을 분석하며 자신의 답안과 비교해보는 것도 매우 유익했습니다.

Q. 현재 중앙대학교 논술을 준비하는 학생들에게 해 주고 싶은 말은 무엇인가요?

A. 논술시험은 제한시간 내에 문제를 풀어야 하기 때문에 시간 관리가 매우 중요합니다. 따라서 모의시험을 통해 시간 내에 문제를 푸는 연습을 많이 해보는 것이 좋습니다. 또한, 논술시험은 실력뿐만 아니라 운도 큰 영향을 미칩니다. 모든 준비를 철저히 하더라도 예상치 못한 변수들이 발생할 수 있습니다. 그렇기 때문에 항상 자신감을 가지고 최선을 다하는 것이 중요합니다.

Q. 안녕하세요? 자기소개 부탁드립니다.

A. 안녕하세요. 저는 중앙대학교 소프트웨어학부에 논술 전형으로 합격한 24학번 정지연입니다.

Q. 치열한 경쟁을 이겨내고 논술전형에 합격하신 것을 축하드립니다. 정지연 학생이 생각하는 중앙대학교 논술시험의 특징은 무엇이며, 지원하게 된 자신만의 강점이 있다면?

A. 먼저 중앙대학교 논술시험은 각 연도의 모의 논술 기출 문제의 유형과 비슷하게 나오는 경향이 있습니다. 또, 문제에 확률과 통계, 미적분, 그리고 기하 개념이 골고루 나오며, 문제의 난이도가 그렇게 높지 않고, 수능 문제와 형식이 비슷합니다. 그리고 중앙대 논술 답안지의 문항별 답안 칸이 작은 편에 속해서, 답안란에 불필요한 내용 없이 필요한 내용만 적어서 내야 합니다. 저 같은 경우에는 이렇게 핵심 내용만 풀이 과정에 서술하는 것에 강점이 있다고 생각하여 중앙대학교 논술 전형에 지원했습니다.

Q. 논술과 수능 시험 때 많이 떨리지는 않으셨나요? 논술과 수능 시험 당일에 있었던 에피소드나 긴장을 풀 수 있는 자신만의 방법이 있다면 우리 수험생들을 위해 공유해 주세요.

A. 당연히 논술과 수능 둘 다 시험 한 번으로 끝나게 되는 것이어서 많이 떨렸습니다. 그래서 이런 긴장감을 떨리기 위해 저 같은 경우에는 계속해서 마인드 컨트롤했습니다. 예를 들면, 충분히 많이 준비했으니 무슨 문제가 나와도 당황하지 말고 침착하게 풀자는 등의 생각을 계속하면서 시험에 임했던 것 같습니다.

Q. 논술시험을 준비하고 합격할 수 있었던 나만의 팁이 있다면? 논술가이드북을 활용했다면 활용방법도 공유해 주세요.

A. 저 같은 경우에는 논술가이드북과 기출 문제 중심으로 논술시험을 준비했습니다. 중앙대 논술가이드북에 나와 있는 모의 논술 문제와 전년도 기출 문제를 풀어내 답을 작성해 보고, 제시된 해설과 제 답을 비교해 보며 어떤 부분에서 내가 부족했는지 살펴보는 식으로 공부했습니다. 또한 논술가이드북에 나온 채점 기준들을 보며 어떤 부분들을 중요시하며 써야 할 지도 고민하고 전략을 짜면서 공부하였습니다.

Q. 현재 중앙대학교 논술을 준비하는 학생들에게 해 주고 싶은 말은 무엇인가요?

A. 우선 중앙대학교 논술 기출 문제와 모의 논술 문제를 많이 풀어보시기를 추천해 드립니다. 각 학교마다 출제 경향과 채점 기준이 다 다른데, 이런 경향성은 기출문제와 모의 논술 문제에 많이 나타나 있기에 이를 적극 활용하시기를 추천해 드립니다. 또 논술 경쟁률만 보고서 내가 이 경쟁률을 뚫고 합격할 수 있을까? 하는 의구심이 생기기도 쉽고 자신감도 많이 떨어질 수 있습니다. 하지만 만약에 열심히 논술 준비하신다면 당연히 쉽게 합격할 수 있으니, 경쟁률만 보고 벌써부터 너무 겁먹지 말고 최선을 다해 노력해 좋은 결과 얻어내시면 좋겠습니다.

IV. 실전 대비 모의논술 문제풀이

- 1. 2025학년도 모의논술 문제 29
- 2. 2025학년도 모의논술 문제해설 33





2025학년도 모의논술 문제

수학

[문제 1] 주머니 A에는 1부터 3까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 3장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 2부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 7장의 카드가 들어 있다. 이때 다음과 같은 시행을 한다.

- 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 주머니 A를 선택하고, 아니면 주머니 B를 선택한다.
- 선택한 주머니에서 두 장의 카드를 동시에 꺼낸다.
- 두 장의 카드에 적힌 수 중 작은 수를 a , 큰 수를 b 라고 할 때, a 와 b 가

$b^3 - 6ab^2 + 11a^2b - 6a^3 = 0$ 을 만족하면 $\frac{b}{a}$ 점의 점수를 획득하고, 그렇지 않으면 $b - a$ 점의 점수를 획득한다.

위의 시행을 한 번 할 때, 획득하는 점수의 기댓값을 구하시오. [20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 수열을 처음 몇 개의 항과 이웃하는 여러 항 사이의 관계식으로 정의하는 것을 수열의 귀납적 정의라고 한다.
- 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은 $y - f(a) = f'(a)(x - a)$ 이다.
- 탄젠트 함수의 덧셈정리는 다음과 같다.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} \qquad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$$

[문제 2-1] 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 4 & (a_n > 0) \\ a_n & (a_n = 0) \\ a_n + d & (a_n < 0) \end{cases} \quad (\text{단, } d \text{는 자연수})$$

이다. 다음 성질을 만족하는 자연수 d 를 모두 구하시오. [10점]

- $a_m = 0$ 을 만족하는 m 의 최솟값은 7이다.

[문제 2-2] n 이 자연수일 때, y 축 위의 점 $(0, n)$ 에서 곡선 $y = \ln x$ 에 그은 접선을 l_n 이라 하고, l_n 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각도를 θ_n 이라 하자. x 축과 l_n, l_{n+1} 로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n \tan(\theta_n - \theta_{n+1})}{n^2} \text{을 구하시오. [15점]}$$

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 미분가능한 함수 $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a) = \alpha$, $g(b) = \beta$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 α 와 β 를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)dx = \int_\alpha^\beta f(t)dt$$

- 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 다음과 같다.

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

- 함수 $f(x)$ 가 에서 $x = a$ 미분가능하고 $x = a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.

[문제 3-1] 일반항이 $a_n = \int_1^e (x \ln x - x)^n \ln x dx$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{2024} a_k a_{k+1}$ 을 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 가 $y^2 - (x^2 + x + 1)y + x^3 + x^2 = 0$ 을 만족한다. 점 $A(1, 0)$, $B(5, 0)$ 에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 의 최솟값을 구하시오. [15점]

[문제 4] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 중심이 점 (a, b, c) 이고 반지름이 r 인 구의 방정식은 $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$ 이다.
- 두 초점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 으로부터의 거리의 합이 $2a$ 인 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이다.
[단, $a > c > 0, b^2 = a^2 - c^2$]
- 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하고 기울기가 m 인 직선의 방정식은 $y = mx \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2}$ 이다.

[문제 4-1] 구 $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 1$ 을 S 라 하자. 중심이 구 S 위에 놓여있고 반지름의 길이가 7인 구가 xy 평면, yz 평면, zx 평면과 만나서 이루는 세 원을 각각 C_1, C_2, C_3 라 하자. C_1, C_2, C_3 의 넓이의 합을 A 라 할 때, $\frac{A}{\pi}$ 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오. [15점]

[문제 4-2] 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 인 타원 E 가 다음의 두 조건을 만족한다.

(가) 타원 E 위의 두 점과 점 F 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 둘레의 최댓값이 $4\sqrt{10}$ 이다.

(나) 기울기가 $\sqrt{3}$ 이고 타원 E 에 접하는 두 직선 사이의 거리가 6이다.

직선 $y = x + c$ 가 타원 E 와 점 P, Q 에서 만날 때, 삼각형 PQF 의 넓이를 구하시오. (단, $c > 0$) [15점]



2025학년도 모의논술 문제해설

수학

1. 제시문 출전 및 출제 의도

[문제 1 제시문 출전]

- 고등학교 수학, 이준열 외, 천재교육, 2020, p.76
- 고등학교 수학, 박교식 외, 동아출판, 2022, p.73
- 고등학교 수학, 김원경 외, 비상교육, 2023, p.71
- 고등학교 수학, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2020, p.73
- 확률과 통계, 이준열 외, 천재교육, 2022, p.53, 62, 91
- 확률과 통계, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2023, p.50, 58, 84
- 확률과 통계, 황선욱 외, 미래엔, 2020, p.50, 58, 86
- 확률과 통계, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.53, 65, 85

[문제 1 출제 의도]

다양한 상황에서 발생하는 확률적 사건과 이와 관련된 확률 및 기댓값의 개념은 논리적 사고 및 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제는 이산 확률변수의 기댓값을 구하는 문제로, 전체 사건을 두 개의 배반사건으로 나누고, 각 사건에 대해 확률변수의 조건부확률을 구한 후 확률의 곱셈 정리와 덧셈정리를 이용하여 확률변수의 확률분포를 구한다. 특히 각 사건에 대해 삼차방정식의 해를 이용하여 체계적으로 경우의 수를 파악할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2 제시문 출전]

- 첫 번째 제시문**
 - 수학 I, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2022, p.144
 - 수학 I, 배종숙 외, 금성출판사, 2020, p.153
 - 수학 I, 권오남 외, 교학사, 2023, p.152
 - 수학 I, 박교식 외, 동아출판, 2023, p.140
- 두 번째 제시문**
 - 수학 II, 이준열 외, 천재교육, 2023, p.74
 - 수학 II, 권오남 외, 교학사, 2024, p.80
 - 수학 II, 김원경 외, 비상교육, 2022, p.71
 - 수학 II, 배종숙 외, 금성출판사, 2023, p.73

- 세 번째 제시문**
- 미적분, 박교식 외, 동아출판, 2023, p.65
 - 미적분, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.71
 - 미적분, 김원경 외, 비상교육, 2020, p.59
 - 미적분, 이준열 외, 천재교육, 2020, p.68

[문제 2-1 출제 의도]

귀납적으로 정의된 상황을 이용하여 경우의 수를 파악하고 각 경우를 고려하여 문제를 해결하는 것은 논리적 사고에서 중요한 부분이다. 본 문제는 귀납적으로 정의된 수열에 관하여 주어진 조건을 만족하는 자연수를 찾아내는 문제이다. 수열의 귀납적 정의를 고려하여 논리적이고 체계적으로 경우의 수를 파악할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2 출제 의도]

미분의 기하학적인 의미는 곡선의 접선으로 접선의 방정식을 구하는 것은 미분의 중요한 응용 중 하나이다. 본 문제는 평면 위의 점에서 곡선에 그은 접선을 구하고 직선의 교점과 x 절편을 구하여 삼각형의 넓이를 구한다. 또한 직선의 기울기가 탄젠트라는 것을 이해하고 탄젠트함수의 덧셈정리로 주어진 식을 표현한 후 극한을 계산하는 과정을 할 수 있는지 평가하고자 하였다.

[문제 3 제시문 출전]

- 첫 번째 제시문**
- 미적분, 권오남 외, 교학사, 2019, p.149
 - 미적분, 이준열 외, 천재교육, 2020, p.147
 - 미적분, 김원경 외, 비상, 2020, p.126

- 두 번째 제시문**
- 수학, 박교식 외, 동아출판, 2020, p.101
 - 수학, 이준열 외, 천재교육, 2020, p.109
 - 수학, 배종숙 외, 금성출판사, 2022, p.111

- 세 번째 제시문**
- 수학 II, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.78
 - 수학 II, 김원경 외, 비상, 2022, p.78
 - 미적분, 권오남 외, 교학사, 2019, p.113

[문제 3-1 출제 의도]

정적분을 구할 때 적분을 하는 함수를 적절한 형태로 치환하여 적분을 계산할 수 있는지를 평가한다. 그리고 이렇게 얻은 정적분 값에 대한 수열의 합을 구할 수 있는지도 평가한다.

[문제 3-2 출제 의도]

식의 인수분해를 잘 수행할 수 있는지 평가한다. 그리고 인수분해로 얻은 식을 가지고 문제에서 요구하는 값의 최솟값을 미분을 활용하여 구할 수 있는지를 평가한다.

[문제 4 제시문 출전]

- 첫 번째 제시문
- 기하, 김원경 외, 비상교육, 2024, p.137
 - 기하, 선우하식 외, 천재교과서, 2023, p.154
 - 기하, 홍성복 외, 지학사, 2019, p.152
 - 기하, 권오남 외, 교학사, 2023, p.153

- 두 번째 제시문
- 기하, 김원경 외, 비상교육, 2024, p.17
 - 기하, 선우하식 외, 천재교과서, 2023, p.22
 - 기하, 홍성복 외, 지학사, 2019, p.17
 - 기하, 권오남 외, 교학사, 2023, p.21

- 세 번째 제시문
- 기하, 김원경 외, 비상교육, 2024, p.38
 - 기하, 선우하식 외, 천재교과서, 2023, p.41
 - 기하, 홍성복 외, 지학사, 2019, p.41
 - 기하, 권오남 외, 교학사, 2023, p.42

[문제 4-1 출제 의도]

공간좌표는 기하와 대수의 관계를 경험할 수 있도록 해준다. 대표적인 공간도형인 구와 평면과의 위치 관계를 이용하여 최대최소 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

[문제 4-2 출제 의도]

이차곡선은 실생활의 여러 분야에 활용되고 있다. 이차곡선 중의 하나인 타원의 정의를 장축, 단축, 초점의 관계를 이용하여 잘 이해하고 있는지 평가한다. 타원의 접선의 방정식을 활용하는 능력을 파악하고자 한다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시답안

▶ 주머니 A를 선택하는 사건을 A , 주머니 B를 선택하는 사건을 B 라 하면 $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 이다.

▶ 조건식 $b^3 - 6ab^2 + 11a^2b - 6a^3 = 0$ 의 좌변을 인수분해 하면 $(b-a)(b-2a)(b-3a) = 0$ 이다.

따라서 문제의 조건을 ' $b = a$ 또는 $b = 2a$ 또는 $b = 3a$ 이면 $\frac{b}{a}$, 그렇지 않으면 $b-a$ 를 반환한다'로 바꿀 수 있다.

단, 두 장의 카드에 적힌 수가 같을 수 없으므로 $b = a$ 인 경우는 고려할 필요가 없다.

▶ 문제의 시행으로부터 반환되는 값을 X 라 하자. 주머니 A를 선택한 경우, a 와 b 쌍이 가질 수 있는 값의 경우의 수는 ${}_3C_2 = 3$ 이다. a 와 b 의 값에 따른 X 의 값은 다음과 같다.

a	b	X
1	2	$\frac{b}{a} = 2$
1	3	$\frac{b}{a} = 3$
2	3	$b-a = 1$

▶ 따라서 주머니 A를 선택한 경우 X 의 확률분포표는 다음과 같다. $P(X=x)$ 는 $X=x$ 인 경우의 수를 전체 경우의 수인 3으로 나누어 구한다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

▶ 주머니 B를 선택한 경우, a 와 b 쌍이 가질 수 있는 값의 경우의 수는 ${}_7C_2 = 21$ 이다.

a 와 b 의 값에 따른 X 의 값은 다음과 같다. ($a = 2$, $b = 8$, 일 때 $b = 4a$ 이므로 몫이 아닌 차를 구해야 함을 유의)

a	b	X	a	b	X
2	3	$b-a = 1$	4	5	$b-a = 1$
2	4	$\frac{b}{a} = 2$	4	6	$b-a = 2$
2	5	$b-a = 3$	4	7	$b-a = 3$
2	6	$\frac{b}{a} = 3$	4	8	$\frac{b}{a} = 2$
2	7	$b-a = 5$	5	6	$b-a = 1$
2	8	$b-a = 6$	5	7	$b-a = 2$
3	4	$b-a = 1$	5	8	$b-a = 3$
3	5	$b-a = 2$	6	7	$b-a = 1$
3	6	$\frac{b}{a} = 2$	6	8	$b-a = 2$
3	7	$b-a = 4$	7	8	$b-a = 1$
3	8	$b-a = 5$			

- ▶ 따라서 주머니 B를 선택한 경우 X 의 확률분포표는 다음과 같다. $P(X=x)$ 는 $X=x$ 인 경우의 수를 전체 경우의 수인 21으로 나누어 구한다.

X	1	2	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{6}{21}$	$\frac{7}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{21}$	1

- ▶ A와 B는 배반사건이므로, 확률의 덧셈정리와 곱셈정리를 이용하여 X 의 확률분포표를 다음과 같이 구할 수 있다.

X	1	2	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $+ \frac{2}{3} \times \frac{6}{21}$ $= \frac{19}{63}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $+ \frac{2}{3} \times \frac{7}{21}$ $= \frac{21}{63}$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ $+ \frac{2}{3} \times \frac{4}{21}$ $= \frac{15}{63}$	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{21}$ $= \frac{2}{63}$	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{21}$ $= \frac{4}{63}$	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{21}$ $= \frac{2}{63}$	1

- ▶ 따라서, X 의 기댓값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E(X) = 1 \times \frac{19}{63} + 2 \times \frac{21}{63} + 3 \times \frac{15}{63} + 4 \times \frac{2}{63} + 5 \times \frac{4}{63} + 6 \times \frac{2}{63}$$

$$= \frac{146}{63}$$

[문제 1] 채점기준

- 삼차방정식의 해를 올바르게 구한 경우: **+4점**
- 주머니 A를 선택한 경우의 X 의 경우의 수 또는 확률분포표를 정확히 구한 경우: **+3점**
- 주머니 B를 선택한 경우의 X 의 경우의 수 또는 확률분포표를 정확히 구한 경우: **+8점**
- X 의 기댓값을 정확히 구한 경우: **+5점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 최점 추가 점수 부여 가능함

[문제 2-1] 예시답안

수열 $\{a_n\}$ 의 정의로부터 $a_7 = 0$, $a_6 \neq 0$ 인 d 를 찾으면 된다는 것을 알 수 있다.
 또한, $a_1 = 2$, $a_2 = -2$, $a_3 = -2 + d$ 가 성립하고, $a_6 = 4$ 혹은 $-d$ 이다.
 - $d = 1, 2$ 이면 $a_4 = 0$ ($d = 1$), $a_3 = 0$ ($d = 2$)이 되어 성립하지 않는다.
 - $d = 3$ 이면 $a_5 = -6 + 2d$ 가 되어 성립하지 않는다.
 $d > 3$ 이므로, $a_4 = -6 + d$ 이고 $d \neq 6$ 이다.
 - $d = 4, 5$ 이면 $a_6 = 2$ ($d = 4$), $a_6 = 0$ ($d = 5$)가 되어 성립하지 않는다.
 - $d = 7, 8, 9$ 이면 $a_6 = -10 + 2d$ 가 되어 $d = 7$ 일 때 성립한다.
 - $d = 10$ 이면, $a_5 = 0$ 이 되어 성립하지 않는다.
 - $d \geq 11$ 이면, $a_6 = -14 + d$ 가 되어 $d = 18$ 일 때 성립한다.
 그러므로, 주어진 조건을 만족하는 자연수 d 는 7 또는 18이다.

[문제 2-1] 채점기준

- 경우를 나누어 구하는 시도를 하면: **+2점**
- 7혹은 18중 하나만 구했을 때: **+4점**
- 둘 다 구하면: **+4점**

[문제 2-1] 별해

수열 $\{a_n\}$ 의 정의로부터 $a_7 = 0$, $a_6 \neq 0$ 인 d 를 찾으면 된다는 것을 알 수 있다.
 또한, $a_1 = 2$, $a_2 = -2$, $a_3 = -2 + d$ 이므로 $d \neq 1, 2$ 이다.
 $a_4 = -6 + d$ 이므로 $d \neq 3, 6$ 이고
 $a_5 = \begin{cases} -6 + 2d & (d = 4, 5) \\ -10 + d & (d > 6) \end{cases}$, $a_6 = \begin{cases} -10 + 2d & (d = 4, 5, 7, 8, 9) \\ -14 + d & (d > 10) \end{cases}$ 이고, $d \neq 5, 10, 14$ 이다.
 $a_6 = 4$ 혹은 $-d$ 이므로 경우의 수를 고려하면 d 는 7 또는 18이다.

[문제 2-1] 별해 채점기준

- 경우를 나누어 구하는 시도를 하면: **+2점**
- a_6 혹은 a_7 을 경우를 나누어 맞게 구했을 때: **+4점**
- 모든 경우를 구하여 d 는 7 또는 18을 모두 얻으면: **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
 ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 예시답안

점 $(0, n)$ 에서 $y = \ln x$ 에 그른 접선의 접점을 $(a, \ln a)$ 라 하면, 접선의 방정식은

$$y = \frac{1}{a}(x-a) + \ln a \text{이다. 이 접선이 } (0, n) \text{을 지나므로, } n = -1 + \ln a, \text{ 즉, } a = e^{n+1} \text{이다.}$$

접선 l_n 과 l_{n+1} 의 방정식은 각각

$$l_n : y = e^{-n-1}x + n, \quad l_{n+1} : y = e^{-(n+2)}x + (n+1) \text{이다.}$$

$\tan \theta_n = e^{-(n+1)}$, $\tan \theta_{n+1} = e^{-(n+2)}$ 이므로, 탄젠트 덧셈정리에 의하여

$$\tan(\theta_n - \theta_{n+1}) = \frac{e^{n+2} - e^{n+1}}{e^{2n+3} + 1} \text{이다.}$$

한편, l_n 과 l_{n+1} 의 교점은 $x = \frac{1}{e^{-n-1} - e^{-n-2}}$, $y = \frac{e}{e-1} + n$ 이다. 또한, l_n 과 l_{n+1} 의

x 절편은 각각 $-ne^{n+1}$, $-(n+1)e^{n+2}$ 이다. 따라서, 삼각형의 넓이

$$S_n = \frac{1}{2}((n+1)e^{n+2} - ne^{n+1})\left(\frac{e}{e-1} + n\right) \text{이고 주어진 극한}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n \tan(\theta_n - \theta_{n+1})}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n^2}((n+1)e^{n+2} - ne^{n+1})\left(\frac{e}{e-1} + n\right) \frac{e^{n+2} - e^{n+1}}{e^{2n+3} + 1}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n^2} \frac{e^3 - e^2}{e^3 + e^{-2n}} ((e-1)n + e)\left(n + \frac{e}{e-1}\right) = \frac{(e-1)^2}{2e}$$

[문제 2-2] 채점기준

● $l_n : y = e^{-n-1}x + n$, $l_{n+1} : y = e^{-(n+2)}x + (n+1)$ 를 얻으면: **+5점**

● $\tan(\theta_n - \theta_{n+1}) = \frac{e^{n+2} - e^{n+1}}{e^{2n+3} + 1}$ 을 얻으면: **+3점**

● l_n 과 l_{n+1} 의 교점을 구하면: **+3점**

● 극한값 $\frac{(e-1)^2}{2e}$ 을 구하면: **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 예시답안

$y = x \ln x - x$ 로 치환하고 $(x \ln x - x)' = \ln x$ 를 고려하여 치환적분하면 아래와 같다.

$$\int_1^e (x \ln x - x)^n \ln x dx = \int_{-1}^0 y^n dy = \frac{(-1)^n}{n+1}$$

따라서 $a_k a_{k+1} = \frac{-1}{(k+1)(k+2)}$ 이고, 구하는 값은 아래와 같다.

$$\sum_{k=1}^{2024} a_k a_{k+1} = - \sum_{k=1}^{2024} \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right) = - \frac{506}{1013}$$

[문제 3-1] 채점기준

- 치환하여 계산을 시도하면: **+2점**
- 치환적분을 계산하여 $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$ 를 얻으면: **+4점**
- $a_k a_{k+1} = - \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right)$ 을 구하고 합 $-\frac{506}{1013}$ 을 구하면: **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 예시답안

y 에 대하여 인수분해하면 $(y - x^2)(y - x - 1) = 0$ 이다. $y = x^2$ 이거나 $y = x + 1$ 이다.

(1) $y = x^2$ 인 경우 $P(t, t^2)$ 이고 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 을

$$f(t) = (t-1)^2 + t^4 + (t-5)^2 + t^4 = 2t^4 + 2t^2 - 12t + 26 \text{ 라 하자.}$$

$$f'(t) = 8t^3 + 4t - 12 = 4(t-1)(2t^2 + 2t + 3) \text{ 이므로 } t = 1 \text{ 에서 최솟값 } f(1) = 18 \text{ 을 갖는다.}$$

(2) $y = x + 1$ 인 경우 $P(t, t+1)$ 이고 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 을

$$g(t) = 4t^2 - 8t + 28 \text{ 라 하자.}$$

$$t = 1 \text{ 에서 최솟값 } g(1) = 24 \text{ 을 갖는다. 최솟값은 } 18 \text{ 이다.}$$

[문제 3-2] 채점기준

- 인수분해하여 $y = x^2$ 이거나 $y = x + 1$ 을 얻으면: **+5점**
- $y = x^2$ 인 경우 최솟값 18 구하면: **+5점**
- $y = x + 1$ 인 경우 최솟값 24 구하면: **+5점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 4-1] 예시답안

구 S 위의 점 (a, b, c) 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 7인

구 $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = 7^2$ 가 xy 평면과 만나는 원 C_1 의 방정식은 $z = 0$ 을 대입하여 얻은 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 7^2 - c^2$ 이다. 따라서 그 넓이는 $(7^2 - c^2)\pi$ 이다. 마찬가지로 C_2, C_3 의

넓이는 각각 $(7^2 - a^2)\pi, (7^2 - b^2)\pi$ 이므로 $\frac{A}{\pi} = 147 - (a^2 + b^2 + c^2)$

원점 O 와 구 S 의 중심 $C(3, 4, 5)$ 를 통과하는 직선은 구 S 와 두 점에서 만나는데,

이 중 한 점은 구 S 위의 점 중에서 원점과 가장 가까운 점이고 다른 한 점은 가장 먼 점이다.

이 두 점을 P, Q 라 하고 $\overline{OP} < \overline{OQ}$ 라 가정할 수 있다. 그러면 $\overline{OC} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{50}$ 이므로

$\overline{OP} = \sqrt{50} - 1, \overline{OQ} = \sqrt{50} + 1$ 이다. $\sqrt{50} - 1 \leq \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \leq \sqrt{50} + 1$ 이므로

$$51 - 2\sqrt{50} \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 51 + 2\sqrt{50}$$

$$96 - 2\sqrt{50} \leq 147 - (a^2 + b^2 + c^2) \leq 96 + 2\sqrt{50}$$

에서 $\frac{A}{\pi}$ 의 최솟값과 최댓값은 각각 $96 - 2\sqrt{50}, 96 + 2\sqrt{50}$ 이고 그 합은 192이다.

[문제 4-1] 채점기준

- C_1, C_2, C_3 의 넓이 $(7^2 - c^2)\pi, (7^2 - a^2)\pi, (7^2 - b^2)\pi$ 을 얻으면: **+5점**
- $\overline{OP} = \sqrt{50} - 1, \overline{OQ} = \sqrt{50} + 1$ 을 얻으면: **+5점**
- $\frac{A}{\pi}$ 의 최댓값과 최솟값의 합 192를 얻으면: **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 예시답안

타원 E 를 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이라 하고 그 위의 두 점 A, B 를 잡자. 삼각형 ABF 의 둘레가 $4a$ 이하임을

다음의 두 가지 경우로 나누어 관찰한다.

(a) 점 A, B 중에서 한 점, 가령 점 B 가 x 축에 있거나 점 A, B 가 x 축 반대편에 있는 경우 (그림 I, II참고):

$$\overline{AB} + \overline{BF} + \overline{FA} \leq \overline{AF'} + \overline{F'B} + \overline{BF} + \overline{FA} = (\overline{FA} + \overline{AF'}) + (\overline{F'B} + \overline{BF}) = 2a + 2a = 4a$$

(b) 점 A, B 가 x 축 한쪽에 있는 경우 (그림 III참고): 점 A, B 중에서 x 축에 더 가깝지 않은 점, 가령 점 A 를 x 축에 대하여

대칭 이동한 점을 A' 이라 하고, 점 B 에서 직선 AA' 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} < \overline{A'H}$ 이고 $\overline{FA} = \overline{FA'}$ 이므로

$$\overline{AB} + \overline{BF} + \overline{FA} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HB}^2} + \overline{BF} + \overline{FA} < \sqrt{\overline{A'H}^2 + \overline{HB}^2} + \overline{BF} + \overline{FA'} = \overline{A'B} + \overline{BF} + \overline{FA'}$$

여기서, $\overline{A'B} + \overline{BF} + \overline{FA'}$ 는 (a)의 관찰에 의해 $4a$ 이하이다.

초점 F' 을 지나고 y 축과 평행한 직선과 타원의 두 교점을 점 A, B로 잡으면 삼각형 ABF의 둘레가 $4a$ 가 되므로

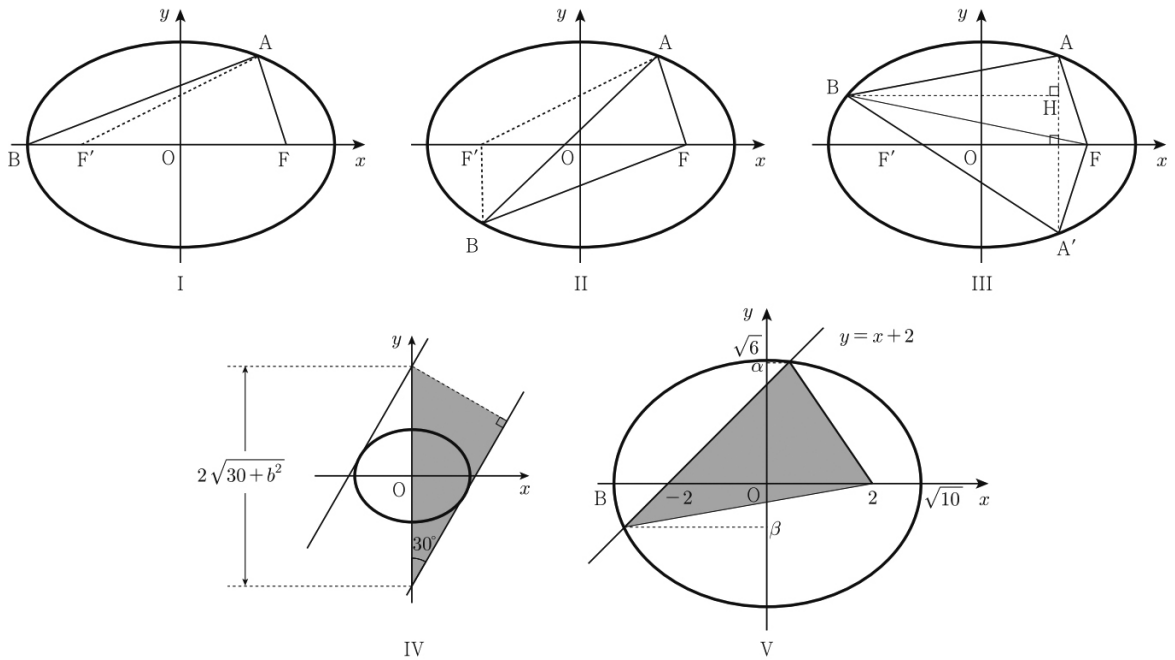
위 관찰 (a), (b)에 의해 삼각형 ABF의 둘레의 최댓값은 $4a = 4\sqrt{10}$ 이어서 $a = \sqrt{10}$

기울기가 $\sqrt{3}$ 인 두 접선 $y = \sqrt{3}x \pm \sqrt{30+b^2}$ 사이의 거리는 그림 IV에서

$$2\sqrt{30+b^2} \sin 30^\circ = 6 \text{ 이므로 } b^2 = 6, c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2$$

직선 $y = x + 2$ 와 타원 $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$ 을 연립하여 얻은 이차방정식 $4y^2 - 6y - 9 = 0$ 의 두 근은

$$\alpha = \frac{3+3\sqrt{5}}{4}, \beta = \frac{3-3\sqrt{5}}{4} \text{ 이므로 } \triangle PQF = \frac{1}{2} \cdot |\alpha - \beta| \cdot \overline{FF'} = 3\sqrt{5} \text{ (그림 V 참고)}$$



[문제 4-2] 채점기준

- $a = \sqrt{10}$ 을 구하면: **+5점**
- $c = 2$ 를 구하면: **+5점**
- $\triangle PQF = 3\sqrt{5}$ 를 구하면: **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

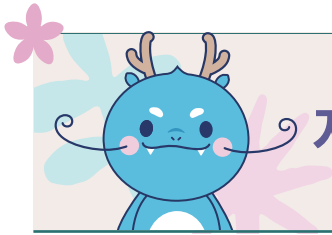
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

V.

2024학년도 수시모집 논술시험 기출문제 및 해설

1. 자연계열 I (1교시) 문제	44
2. 자연계열 I (1교시) 문제해설	48
3. 자연계열 II (2교시) 문제	56
4. 자연계열 II (2교시) 문제해설	60



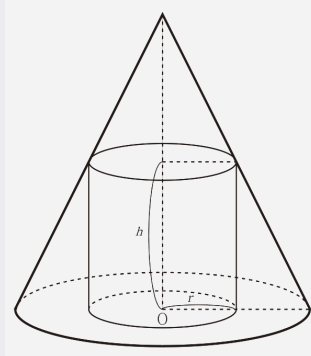


자연계열 I 문제지

수학

[문제 1] 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

- 밑면의 반지름의 길이가 5 이고 높이가 10 인 원뿔이 있다.
- 주머니 A에는 1, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 1, 2의 숫자가 하나씩 적혀 있는 2개의 공이 들어 있다.
- 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내고, 주머니 B에서 임의로 1개의 공을 꺼낸다. 3의 배수가 아니면 주머니 A에서 임의로 1개의 공을 꺼내고, 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다.
- 주머니 A와 B에서 꺼낸 공에 적힌 숫자들의 합을 k 라 하자. 이때 반지름의 길이가 $k - 3$ 이고 원뿔에 내접하는 원기둥의 부피를 점수로 한다.
- 다음은 원뿔에 내접하고, 밑면의 반지름의 길이가 r 이고 높이가 h 인 원기둥을 나타낸 것이다.



시행의 결과로 얻은 점수의 기댓값을 구하시오. [20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- $a > 0$, $a \neq 1$, $N > 0$ 일 때, $a^x = N \Leftrightarrow x = \log_a N$ 이다. 그리고 $\log_a N^k = k \log_a N$ 이다.
(단, k 는 실수)

- $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, $c \neq 1$ 일 때, $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ 이다.

- 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x \quad (\text{단, } \Delta x = \frac{b-a}{n}, x_k = a + k \Delta x)$$

- $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$ (단, $\tan \alpha \tan \beta \neq -1$)

[문제 2-1] 다음 식의 값을 구하시오. [10점]

$$\sum_{k=2}^9 \left(k \frac{k \ln 2}{\ln k} - 2 \frac{2 \ln k}{\ln 2} \right)$$

[문제 2-2] 좌표평면에서 직선 $x = 1$ 위를 움직이는 점 $A(1, y_1)$ 과 x 축 위를 움직이는 점 $B(x_1, 0)$ 의 시각 t 에서의 위치는

두 함수 $x_1 = f(t)$, $y_1 = g(t)$ 로 나타내어질 수 있다. 두 점 $A(1, g(t))$, $B(f(t), 0)$ 은 시각 $t = 0$ 일 때

$(1, 0)$ 에서 출발한 후, $0 < t \leq \frac{\pi}{4}$ 일 때 원점 O 에 대하여 $\angle AOB = t$ 이고 $\angle OAB = \frac{2\pi}{3}$ 를 만족하며

움직인다고 하자. 이때, 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{\pi k}{6n}\right)$ 를 구하시오. (단, $x_1 \geq 1$, $y_1 \geq 0$ 이다.) [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x = a$, $x = b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는 $S = \int_a^b |f(x)| dx$ 이다.

- 미분가능한 함수 $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a) = \alpha$, $g(b) = \beta$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 α 와 β 를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x)) g'(x) dx = \int_\alpha^\beta f(t) dt$$

- 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.
- $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ (단, $\tan \alpha \tan \beta \neq 1$)

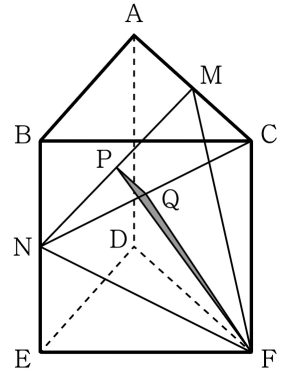
[문제 3-1] $x \geq 0$ 에서 정의된 곡선 $y = \frac{x}{x^2+1} \left(\{\ln(x^2+1)\}^2 - 6\ln(x^2+1) + 5 \right)$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 좌표평면 위에 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 이 있다. 구간 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 곡선 $y = \sqrt{x+2}$ 위의 점 P 에 대하여 $\theta = \angle APB$ 라 할 때, $\tan^2 \theta$ 의 최댓값을 구하시오. [15점]

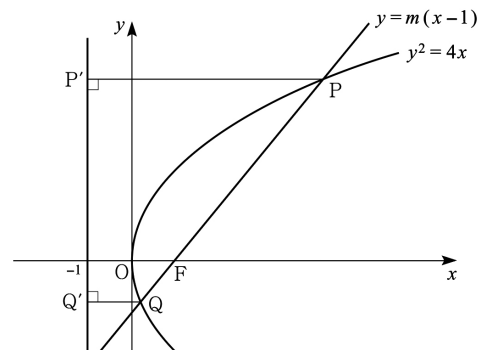
[문제 4] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

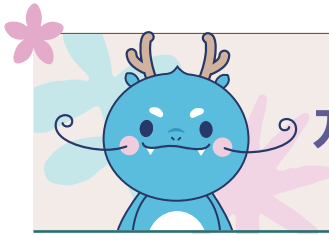
- 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ 이다.
- 삼각형 ABC에서 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ 이다.
- 평면 위의 한 점 F와 이 점을 지나지 않는 직선 l 이 주어질 때, 점 F와 직선 l 에 이르는 거리가 같은 점들의 집합을 포물선이라 한다.
- 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 이고 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ 이다.

[문제 4-1] 오른쪽 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 2인 정삼각기둥에서 두 선분 AC, BE의 중점을 각각 M, N이라 하고, 두 선분 MN, CN의 중점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 PFQ의 외접원의 반지름의 길이를 구하시오. [15점]



[문제 4-2] 아래의 그림과 같이 포물선 $y^2 = 4x$ 의 초점 F(1, 0)을 지나고 $m > 0$ 인 직선 $y = m(x-1)$ 이 서로 다른 두 점 P, Q에서 포물선과 만난다. 두 점 P, Q에서 준선 $x = -1$ 에 내린 수선의 발을 각각 P', Q'이라 하자. 사각형 PP'Q'Q의 둘레의 길이가 40일 때, 이 사각형의 넓이를 구하시오. [15점]





자연계열 I 문제해설

1. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시답안

(1) 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수일 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다. 이때 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때 적힌 숫자들의 표본공간은 $\{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$ 이고, 각 경우가 발생할 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다.

주머니 B에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때 적힌 숫자들의 표본공간은 $(1, 2)$ 이고, 각 경우의 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

예를 들어, 주머니 A에서 꺼낸 공이 $(1, 2)$ 이고, 주머니 B에서 꺼낸 공이 1일 때 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$ 이고, 공에 적힌 숫자들의 합 k 는 4이다.

(2) 주사위의 눈의 수가 3의 배수가 아닐 확률은 $\frac{2}{3}$ 이다. 이때 주머니 A에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때 적힌 숫자들의 표본공간은 $\{1, 2, 3\}$ 이고 각 경우의 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고, 주머니 B에서 2개의 공을 동시에 꺼낼 때 적힌 숫자들의 표본공간은 $\{(1, 2)\}$ 이고 그때의 확률은 1이다. 예를 들어, 주머니 A에서 꺼낸 공이 1이고, 주머니 B에서 꺼낸 공이 $(1, 2)$ 일 때 확률은 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times 1 = \frac{2}{9}$ 이고, 공에 적힌 숫자들의 합 k 는 4이다.

(3) 위와 같은 방식으로 얻은 시행의 결과는 다음과 같다.

주사위의 눈의 수	주머니 A에서 꺼낸 공	주머니 B에서 꺼낸 공	k	확률
3의 배수인 경우	(1,2)	1	4	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$
		2	5	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$
	(1,3)	1	5	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$
		2	6	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$
	(2,3)	1	6	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$
		2	7	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$
3의 배수가 아닌 경우	1	(1,2)	4	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times 1 = \frac{2}{9}$
	2		5	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times 1 = \frac{2}{9}$
	3		6	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times 1 = \frac{2}{9}$

- (4) 반지름의 길이가 $k-3$ 인 원기둥의 높이는 그림 1에서 도형의 닮음을 이용하면 $(16-2k)$ 로 계산할 수 있고, 원기둥의 부피는 $(k-3)^2(16-2k)\pi$ 이다.

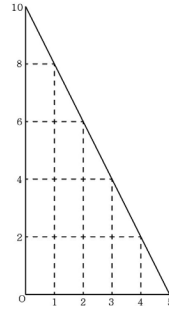


그림 1

- (5) $k=4$ 일 때의 확률은 $\frac{1}{18} + \frac{2}{9} = \frac{5}{18}$ 이고, 이때 원기둥의 반지름의 길이는 1, 높이는 8, 부피는 8π 이다.

- (6) $k=5$ 일 때의 확률은 $\frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{2}{9} = \frac{6}{18}$ 이고, 이때 반지름의 길이는 2, 높이는 6, 부피는 24π 이다.

- (7) $k=6$ 일 때의 확률은 $\frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{2}{9} = \frac{6}{18}$ 이고, 이때 반지름의 길이는 3, 높이는 4, 부피는 36π 이다.

- (8) $k=7$ 일 때의 확률은 $\frac{1}{18}$ 이고, 이때 반지름의 길이는 4, 높이는 2, 부피는 32π 이다.

- (9) 시행의 결과는 다음과 같고, 이를 이용하여 점수의 기댓값을 계산할 수 있다.

k	확률	원기둥의 밑면의 반지름	원기둥의 높이	원기둥의 부피
4	$\frac{5}{18}$	1	8	8π
5	$\frac{6}{18}$	2	6	24π
6	$\frac{6}{18}$	3	4	36π
7	$\frac{1}{18}$	4	2	32π

$$\text{기댓값} = \left(\frac{5}{18} \times 8\pi\right) + \left(\frac{6}{18} \times 24\pi\right) + \left(\frac{6}{18} \times 36\pi\right) + \left(\frac{1}{18} \times 32\pi\right)$$

$$= \frac{\pi}{18} \{(5 \times 8) + (6 \times 24) + (6 \times 36) + (1 \times 32)\}$$

$$= \frac{432}{18} \pi = \frac{216}{9} \pi = 24\pi$$

[문제 1] 채점기준

- k 의 값, 그때의 확률, 원기둥의 부피를 정확히 계산하면 각: **+4점(총 +16점)**
 - k 의 값과 그때의 확률을 정확히 계산하면 **+2점**
 - 원기둥의 높이를 정확히 계산하면 **+1점**
 - 원기둥의 부피를 정확히 계산하면 **+1점**
- 원기둥의 부피의 기댓값을 정확히 계산하면: **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-1] 예시답안

로그함수의 성질을 이용하여

$$k^{\frac{k \ln 2}{\ln k}} = k^{\frac{\ln 2^k}{\ln k}} = k^{\log_k 2^k} = 2^k, \quad 2^{\frac{2 \ln k}{\ln 2}} = 2^{\frac{\ln k^2}{\ln 2}} = 2^{\log_2 k^2} = k^2 \text{ 로 정리한 후,}$$

아래와 같이 등비수열의 합과 자연수의 거듭제곱의 합에 대한 식을 이용하여 답을 구한다.

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^9 2^k - \sum_{k=2}^9 k^2 &= \sum_{k=2}^9 2^k - \left(\sum_{k=1}^9 k^2 \right) + 1 = \frac{4(2^8 - 1)}{2 - 1} - \frac{9 \cdot 10 \cdot 19}{6} + 1 \\ &= 1020 - 285 + 1 = 736 \end{aligned}$$

[문제 2-1] 채점기준

- 로그함수의 성질을 이용하여 $k^{\frac{k \ln 2}{\ln k}} = 2^k, 2^{\frac{2 \ln k}{\ln 2}} = k^2$ 구하면: **+6점**
- 수열의 합공식을 이용하여 정답 736를 얻으면: **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 예시답안

우선 주어진 문제의 조건으로부터 $f(t) = 1 + (\tan t) \left\{ \tan \left(t + \frac{\pi}{6} \right) \right\}$ 를 구한 후,

정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이용하여 극한값을 $\frac{6}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left[1 + (\tan x) \left\{ \tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \right\} \right] dx$ 로 표현한다.

그리고 제시문에 주어진 탄젠트 함수의 덧셈정리를 이용하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{\pi k}{6n}\right) = \frac{6}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \tan x}{\tan \frac{\pi}{6}} dx = \frac{6\sqrt{3}}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left\{ \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \tan x \right\} dx \text{ 를 얻는다.}$$

치환적분을 하면 $\tan x$ 의 부정적분이 $-\ln(\cos x) + C$ 임을 알 수 있는데,

이를 이용하여 다음의 답을 얻는다.

$$\frac{6\sqrt{3}}{\pi} \left\{ -\ln\left(\cos \frac{\pi}{3}\right) + \ln\left(\cos \frac{\pi}{6}\right) + \ln\left(\cos \frac{\pi}{6}\right) - \ln(\cos 0) \right\} = \frac{6\sqrt{3}}{\pi} \ln \frac{3}{2}$$

[문제 2-2] 채점기준

- 주어진 정보로부터 $f(t) = 1 + (\tan t) \left\{ \tan \left(t + \frac{\pi}{6} \right) \right\}$ 구하면: **+3점**
- 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이용하여 $\frac{6}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left[1 + (\tan x) \left\{ \tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \right\} \right] dx$ 를 얻으면: **+4점**
- 탄젠트 함수의 덧셈정리를 이용하여 $1 + (\tan x) \left\{ \tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \right\} = \frac{\tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) - \tan x}{\tan \frac{\pi}{6}}$ 를 얻으면: **+4점**
- 정적분을 계산하여 정답 $\frac{6\sqrt{3}}{\pi} \ln \frac{3}{2}$ 를 얻으면: **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 별해

우선 주어진 문제의 조건으로부터 $f(t) = 1 + (\tan t) \left\{ \tan \left(t + \frac{\pi}{6} \right) \right\}$ 를 구한 후, 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이용하여

극한값을 $\frac{6}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left[1 + (\tan x) \left\{ \tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \right\} \right] dx$ 로 표현한다.

그리고 탄젠트 함수의 덧셈정리를 이용하여 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ 를 이용하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{\pi k}{6n}\right) = \frac{6}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left[1 + (\tan x) \left\{ \frac{\tan x + \tan\left(\frac{\pi}{6}\right)}{1 - \tan x \tan\left(\frac{\pi}{6}\right)} \right\} \right] dx = 1 + \frac{6}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\tan x) \left(\frac{1 + \sqrt{3} \tan x}{\sqrt{3} - \tan x} \right) dx$$

를 얻는다. 남은 정적분의 값을 구하기 위해 $u = \tan x$ 로 치환을 한 후, 아래와 같이 식을 정리한다.

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\tan x) \left(\frac{1 + \sqrt{3} \tan x}{\sqrt{3} - \tan x} \right) dx &= \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{u(1 + \sqrt{3}u)}{(\sqrt{3} - u)(1 + u^2)} du \\ &= - \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{1}{1 + u^2} du + \sqrt{3} \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{1}{\sqrt{3} - u} du \end{aligned}$$

그리고 첫 번째 적분에 대해서 다시 $u = \tan t$ 로 치환하여 계산한다.

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (\tan x) \left(\frac{1 + \sqrt{3} \tan x}{\sqrt{3} - \tan x} \right) dx = -\frac{\pi}{6} + \sqrt{3} \ln \frac{3}{2}$$

따라서, 정답은 $1 + \frac{6}{\pi} \left(-\frac{\pi}{6} + \sqrt{3} \ln \frac{3}{2} \right) = \frac{6\sqrt{3}}{\pi} \ln \frac{3}{2}$ 이다.

[문제 2-2] 별해 채점기준

- 주어진 정보로부터 $f(t) = 1 + (\tan t) \left\{ \tan \left(t + \frac{\pi}{6} \right) \right\}$ 구하면: **+3점**
- 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이용하여 $\frac{6}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left[1 + (\tan x) \left\{ \tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \right\} \right] dx$ 를 얻으면: **+4점**
- 탄젠트 함수의 덧셈정리를 이용하여, $1 + (\tan x) \left\{ \tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \right\} = 1 + \tan x \left\{ \frac{\tan x + \tan \left(\frac{\pi}{6} \right)}{1 - \tan x \tan \left(\frac{\pi}{6} \right)} \right\}$ 라 적으면: **+1점**
- 치환적분을 하여 $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\tan x \right) \left(\frac{1 + \sqrt{3} \tan x}{\sqrt{3} - \tan x} \right) dx = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \left(-\frac{1}{1+u^2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-u} \right) du$ 를 얻으면: **+5점**
- 정적분을 계산하여 정답 $\frac{6\sqrt{3}}{\pi} \ln \frac{3}{2}$ 를 얻으면: **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 0점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 예시답안

$f(x) = \frac{x}{x^2+1} (\ln(x^2+1) - 1)(\ln(x^2+1) - 5)$ 라 하자. $x = 0, \sqrt{e-1}, \sqrt{e^5-1}$ 에서 $f(x) = 0$ 이다.

$0 \leq x \leq \sqrt{e-1}$ 에서 $f(x) \geq 0$ 이고 $\sqrt{e-1} \leq x \leq \sqrt{e^5-1}$ 에서 $f(x) \leq 0$ 이므로 구하는 넓이는

$\int_0^{\sqrt{e-1}} f(x) dx - \int_{\sqrt{e-1}}^{\sqrt{e^5-1}} f(x) dx$ 이다. $t = \ln(x^2+1)$ 로 치환하여 적분하면

$\frac{1}{2} \int_0^1 (t^2 - 6t + 5) dt - \frac{1}{2} \int_1^5 (t^2 - 6t + 5) dt = \frac{7}{6} + \frac{16}{3} = \frac{13}{2}$ 이다.

[문제 3-1] 채점기준

- 교점 $x = 0, \sqrt{e-1}, \sqrt{e^5-1}$ 을 구한다: **+3점**
- 그래프의 개형을 이해하고 $\int_0^{\sqrt{e-1}} f(x) dx - \int_{\sqrt{e-1}}^{\sqrt{e^5-1}} f(x) dx$ 를 구하면: **+3점**
- 치환 적분을 하여 $\frac{13}{2}$ 을 구하면: **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 0점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 예시답안

점 P의 좌표는 $(t, \sqrt{t+2})$ 라 하자. $\angle PAB = \alpha$, $\angle PBA = \beta$ 라 하면 $\tan\alpha = \frac{\sqrt{t+2}}{1+t}$, $\tan\beta = \frac{\sqrt{t+2}}{1-t}$ 이다.

$\theta = \pi - \alpha - \beta$ 이므로 $\tan(\theta) = f(t)$ 라 하면 $f(t) = \frac{2\sqrt{t+2}}{t^2+t+1}$ 이다.

미분하면 $f'(t) = -\frac{3(t^2+3t+1)}{(t^2+t+1)^2\sqrt{t+2}}$ 이다. $t = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 에서 극값을 갖고

$\frac{-3-\sqrt{5}}{2} < -1 < \frac{-3+\sqrt{5}}{2} < 1$ 이므로 $t = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ 에서 최댓값을 갖는다.

$\tan^2\theta$ 의 최댓값은 $\left\{f\left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)\right\}^2 = \frac{11+5\sqrt{5}}{2}$ 이다.

[문제 3-2] 채점기준

● $f(t) = \frac{2\sqrt{t+2}}{t^2+t+1}$ 와 $f'(t) = -\frac{3(t^2+3t+1)}{(t^2+t+1)^2\sqrt{t+2}}$ 을 구하면: **+8점**

● $t = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 를 구하고 $t = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ 에서 최댓값을 갖는다는 것을 보이면: **+4점**

● 최댓값 $\frac{11+5\sqrt{5}}{2}$ 을 구하면: **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 별해 채점기준

코사인 법칙을 이용하면 $t^2+t+1 = \sqrt{t^2+3t+3}\sqrt{t^2-t+3}\cos\theta$ 이 된다.

$\tan^2\theta$ 의 최댓값에서 $\cos^2\theta$ 는 최솟값을 갖는다. $\cos^2\theta = \frac{(t^2+t+1)^2}{(t^2+3t+3)(t^2-t+3)}$ 이고 미분하면

$t = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 에서 극값을 갖는다. $\cos^2\theta$ 의 최솟값은 $\frac{2}{13+5\sqrt{5}}$ 이고 $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ 을 이용하면

$\tan^2\theta$ 의 최댓값은 $\frac{11+5\sqrt{5}}{2}$ 이다.

[문제 4-1] 예시답안

$$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{MC} = \frac{1}{2}$$

직각삼각형 MBN에서 $\overline{MN} = \sqrt{\overline{MB}^2 + \overline{BN}^2} = \sqrt{3+1} = 2$ 이다. 직각삼각형 FCM과 NEF에서

$$\overline{MF} = \sqrt{\overline{MC}^2 + \overline{FC}^2} = \sqrt{5} \text{ 와 } \overline{NF} = \sqrt{\overline{NE}^2 + \overline{EF}^2} = \sqrt{5} \text{ 이므로 삼각형 FMN은 이등변삼각형이고}$$

삼각형 MPF는 직각삼각형이다. 직각삼각형 MPF에서 $\overline{PF} = \sqrt{\overline{MF}^2 - \overline{MP}^2} = 2$

점 Q에서 선분 EF에 내린 수선의 발을 R이라 할 때, $\overline{QR} = \frac{3}{2}$ 이고

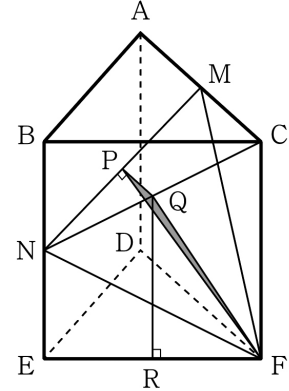
$$\text{삼각형 QRF는 직각삼각형이므로 } \overline{QF} = \sqrt{\overline{QR}^2 + \overline{RF}^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$\theta = \angle QPF$ 라 하면 삼각형 QPF에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos \theta = \frac{\frac{1}{4} + 4 - \frac{13}{4}}{2 \times \frac{1}{2} \times 2} = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이다.}$$

외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$$2R = \frac{\frac{\sqrt{13}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}} \text{ 이므로 } R = \frac{\sqrt{13}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{39}}{6}$$



[문제 4-1] 채점기준

- $\overline{PF} = 2$ 를 구하면: **+5점**
- $\overline{QF} = \frac{\sqrt{13}}{2}$ 을 구하면: **+5점**
- $R = \frac{\sqrt{39}}{6}$ 를 구하면: **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 예시답안

$y^2 = 4x$ 에 $y = m(x-1)$ 을 대입하고 정리해 얻은 이차방정식 $m^2x^2 - 2(m^2+2)x + m^2 = 0$ 의

두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = \frac{2(m^2+2)}{m^2}$ 이다. 그리고

$$\overline{PQ} = \overline{PF} + \overline{FQ} = \overline{PP'} + \overline{QQ'} = (\alpha + 1) + (\beta + 1) = \frac{4(m^2+1)}{m^2} \text{ 이다.}$$

점 P에서 직선 QQ'에 내린 수선의 발을 R이라 하고 각 PQR을 θ 라 하면,

$$\overline{P'Q'} = \overline{PR} = \tan\theta \overline{QR} = m\sqrt{\overline{PQ}^2 - \overline{PR}^2} = m\sqrt{\overline{PQ}^2 - \overline{P'Q'}^2} \text{ 이므로}$$

$$\overline{P'Q'} = \sqrt{\frac{m^2}{m^2+1} \overline{PQ}} = 4\sqrt{\frac{m^2+1}{m^2}}$$

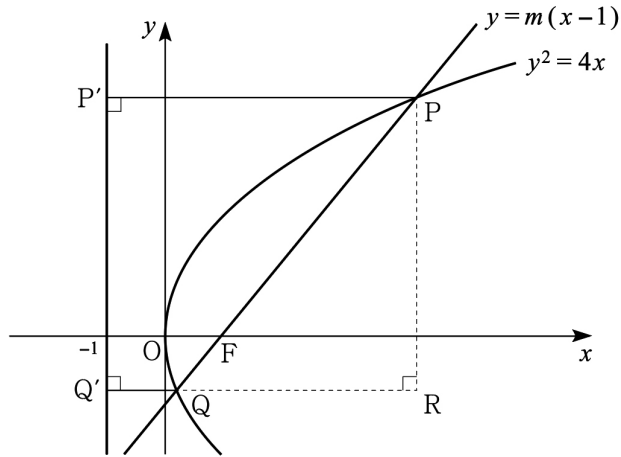
사각형 PP'Q'Q의 둘레의 길이 ℓ 은

$$\ell = \overline{PQ} + \overline{PP'} + \overline{QQ'} + \overline{P'Q'} = 2\overline{PQ} + \overline{P'Q'} = \frac{8(m^2+1)}{m^2} + 4\sqrt{\frac{m^2+1}{m^2}} = 40$$

$$r = \sqrt{\frac{m^2+1}{m^2}} \text{ 라 놓아 얻은 이차방정식 } 8r^2 + 4r = 40 \text{에서 } r > 0 \text{ 이므로 } r = \sqrt{\frac{m^2+1}{m^2}} = 2$$

따라서 $m^2 = \frac{1}{3}$ 이고 사각형 PP'Q'Q의 넓이 S는

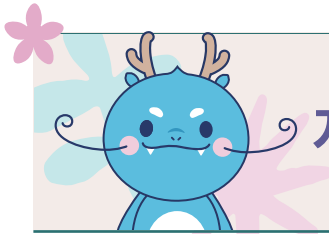
$$S = \frac{1}{2} \overline{P'Q'} \cdot (\overline{PP'} + \overline{QQ'}) = \frac{1}{2} \overline{P'Q'} \cdot \overline{PQ} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 16 = 64$$



[문제 4-2] 채점기준

- $\overline{PQ} = \frac{4(m^2+1)}{m^2}$ 을 구하면: **+5점**
- 방정식 $\frac{8(m^2+1)}{m^2} + 4\sqrt{\frac{m^2+1}{m^2}} = 40$ 을 찾으면: **+5점**
- 사각형 PP'Q'Q의 넓이 64를 구하면: **+5점**
(사각형 PP'Q'Q의 넓이 64 이외의 것을 더 찾으면: **-2점**)

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
 ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.



자연계열 II 문제지

수학

[문제 1] 좌표평면의 원점 O 에 있는 점 A 는 다음과 같은 규칙에 따라 이동한다.

- 주머니에 숫자 2가 적힌 공 1개와 숫자 3이 적힌 공 1개가 들어 있다.
- 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낸 후 그 공에 적힌 숫자를 m 이라 하자. 점 A 는 $\frac{1}{m}$ 의 확률로 원점 O 와 점 $P(12, 0)$ 을 이은 선분 OP 를 $m:1$ 로 내분하는 점으로 이동하거나, $1 - \frac{1}{m}$ 의 확률로 선분 OP 를 $1:m$ 으로 외분하는 점으로 이동한다. 이때 이동한 점을 $A_1(x_1, 0)$ 이라 하고, 꺼낸 공은 다시 집어넣지 않는다.
- 주머니에 남아 있는 공에 적힌 숫자를 n 이라 하자. 점 A_1 은 $\frac{2}{n}$ 의 확률로 점 A_1 과 점 $Q(x_1, 8)$ 을 이은 선분 A_1Q 를 $1:n$ 으로 내분하는 점으로 이동하거나, $1 - \frac{2}{n}$ 의 확률로 선분 A_1Q 를 $n:1$ 로 외분하는 점으로 이동한다. 이때 이동한 점을 $A_2(x_1, y_1)$ 이라 한다.

두 점 $A_2(x_1, y_1)$, $P(12, 0)$ 사이의 거리가 $|x_1|$ 보다 작을 확률을 구하시오. [20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(t)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x) \quad (\text{단, } a < x < b)$$

- 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하고 $x = a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.
- 함수 $f(x)$ 가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 증가하고, $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 감소한다.
- 좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ 의 시각 t 에서의 위치가 함수 $x = f(t)$, $y = g(t)$ 로 나타내어질 때, $t = a$ 에서 $t = b$ 까지 점 P 가 움직인 거리는 $s = \int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2} dt$ 이다.
- 미분가능한 함수 $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a) = \alpha$, $g(b) = \beta$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 α 와 β 를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x)) g'(x) dx = \int_a^\beta f(t) dt$$

[문제 2-1] 닫힌구간 $[-1, 5]$ 에서 함수

$$f(x) = \int_{-1}^x (t^2 + 5) \left\{ 1 - 2 \sin \left(\frac{\pi t}{t^2 + 5} \right) \right\} dt$$

의 최댓값을 구하시오. [10점]

[문제 2-2] 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 좌표 (x, y) 가

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \cos t, \quad y = \sqrt{3} \ln \left(1 + \frac{\sin^2 t}{8} \right)$$

일 때, 시각 $t = 0$ 에서 $t = \pi$ 까지 점 P 가 움직인 거리를 구하시오. [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 좌표평면에서 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ 이다.
- 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이면 함수 $f(x)$ 는 이 구간에서 최댓값과 최솟값을 갖는다.
- 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하고 $x = a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.

[문제 3-1] 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \int_0^{\ln(n+1)} (2e^{2x} - e^x) dx$ 일 때, 다음 식의 값을 구하시오. [10점]

$$\sum_{k=1}^{99} \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + 1 \right) \frac{1}{a_k}$$

[문제 3-2] 좌표평면 위의 세 점 $A(5, 0)$, $B(0, 5)$, $P(7 \cos \theta, 7 \sin \theta)$ 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오. (단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 이다.) [15점]

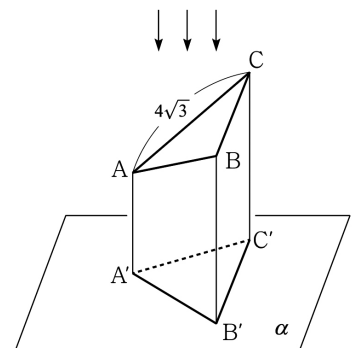
[문제 4] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 방정식은 $y = mx \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2}$ 이다.
- 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 이고 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ 이다.
- 평면 β 위에 있는 도형의 넓이를 S , 이 도형의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S' 이라 할 때, 두 평면 α, β 가 이루는 각의 크기를 θ ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)라 하면 $S' = S \cos \theta$ 이다.

[문제 4-1] 직선 $y = \sqrt{3}$ 위의 점 $P(k, \sqrt{3})$ 에서 타원 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 두 접선이 이루는 예각이 45° 일 때, k^2 의 값을 구하시오. [15점]

[문제 4-2] 넓이가 $6\sqrt{3}$ 이고 $\overline{AC} = 4\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC 가 평면 α 와 만나지 않게 놓여 있다. 평면 α 에 수직으로 입사하는 빛에 의한 삼각형 ABC 의 그림자가 평면 α 위에서 그림과 같이 정삼각형 $A'B'C'$ 을 이룬다.

$\overline{AA'} + \overline{CC'} = 2\overline{BB'} = 10$ 일 때, 삼각형 ABC 의 내접원의 그림자의 넓이를 구하시오. [15점]





자연계열 II 문제해설

1. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시답안

(1) 선분의 내분점과 외분점은 다음과 같이 정의된다.

- 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 를 이은 선분 AB를 $m:n$ 으로 내분하는 점

의 좌표는 $\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$ 이다. ($m > 0, n > 0$)

- 선분 AB를 $m:n$ 으로 외분하는 점의 좌표는 $\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$ 이다.

($m > 0, n > 0, m \neq n$)

(2) 일반적으로 (m, n) 인 경우 $A_1(x_1, 0)$ 과 $A_2(x_1, y_1)$ 은 다음과 같이 계산할 수 있다.

선분 OP	$A_1(x_1, 0)$	확률	선분 A_1Q	$A_2(x_1, y_1)$	확률
$m:1$ 로 내분	$\left(\frac{12m}{m+1}, 0\right)$	$\frac{1}{m}$	$1:n$ 으로 내분	$\left(x_1, \frac{8}{1+n}\right)$	$\frac{2}{n}$
$1:m$ 로 내분	$\left(\frac{12}{1-m}, 0\right)$	$1 - \frac{1}{m}$	$n:1$ 로 내분	$\left(x_1, \frac{8n}{n-1}\right)$	$1 - \frac{2}{n}$

(3) $m = 2, n = 3$ 인 경우

- 선분 OP를 $2:1$ 로 내분한 점은 $(8, 0)$ 이고, $1:2$ 로 외분한 점은 $(-12, 0)$ 이다.

즉, 점 A는 $\frac{1}{2}$ 의 확률로 $A_1(8, 0)$ 으로 이동하거나, $\frac{1}{2}$ 의 확률로 $A_1(-12, 0)$ 으로 이동한다.

- 점 $A_1(8, 0)$ 일 때, 선분 A_1Q 를 $1:3$ 으로 내분한 점은 $(8, 2)$ 이고, $3:1$ 로 외분한 점은 $(8, 12)$ 이다.

즉, 점 A_1 은 $\frac{2}{3}$ 의 확률로 $A_2(8, 2)$ 로 이동하거나, $\frac{1}{3}$ 의 확률로 $A_2(8, 12)$ 로 이동한다.

- 점 $A_1(-12, 0)$ 일 때, 점 A_1 은 $\frac{2}{3}$ 의 확률로 $A_2(-12, 2)$ 로 이동하거나, $\frac{1}{3}$ 의 확률로 $A_2(-12, 12)$ 로 이동한다.

(4) $m = 3, n = 2$ 인 경우

- 선분 OP를 $3:1$ 로 내분한 점은 $(9, 0)$ 이고, $1:3$ 로 외분한 점은 $(-6, 0)$ 이다.

즉, 점 A는 $\frac{1}{3}$ 의 확률로 $A_1(9, 0)$ 으로 이동하거나, $\frac{2}{3}$ 의 확률로 $A_1(-6, 0)$ 으로 이동한다.

- 점 $A_1(9, 0)$ 일 때, 선분 A_1Q 를 $1:2$ 으로 내분한 점은 $\left(9, \frac{8}{3}\right)$ 이고, $2:1$ 로 외분한 점은 $(9, 16)$ 이다.

즉, 점 A_1 은 1 의 확률로 $A_2\left(9, \frac{8}{3}\right)$ 로 이동한다.

- 점 $A_1(-6, 0)$ 일 때, 점 A_1 은 1 의 확률로 $A_2\left(-6, \frac{8}{3}\right)$ 로 이동한다.

(5) 모든 경우를 고려하여 계산한 확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

m, n	확률	$A_1(x_1, 0)$	확률	$A_2(x_1, y_1)$	확률	$A \rightarrow A_1 \rightarrow A_2$ 일 확률
$m=2$ $n=3$	$\frac{1}{2}$	$A_1(8, 0)$	$\frac{1}{2}$	$A_2(8, 2)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$
				$A_2(8, 12)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$
		$A_1(-12, 0)$	$\frac{1}{2}$	$A_2(-12, 2)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$
				$A_2(-12, 12)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$
$m=3$ $n=2$	$\frac{1}{2}$	$A_1(9, 0)$	$\frac{1}{3}$	$A_2\left(9, \frac{8}{3}\right)$	1	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
				$A_2(9, 16)$	0	0
		$A_1(-6, 0)$	$\frac{2}{3}$	$A_2\left(-6, \frac{8}{3}\right)$	1	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$
				$A_2(-6, 16)$	0	0

(6) 두 점 A_2 와 점 P사이의 거리는 거리 공식을 통해서 다음과 같이 계산할 수 있고, $|x_1|$ 보다 작은 경우는 $A_2(8, 2)$ 와

$A_2\left(9, \frac{8}{3}\right)$ 이며 그때의 확률은 $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ 이다.

$A_2(x_1, y_1)$	확률	$ x_1 $	점 A_2 와 점 P사이의 거리	$ x_1 >$ 거리
$A_2(8, 2)$	$\frac{1}{6}$	8	$\sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$	O
$A_2(8, 12)$	$\frac{1}{12}$	8	$\sqrt{4^2 + 12^2} = \sqrt{160}$	X
$A_2(-12, 2)$	$\frac{1}{6}$	12	$\sqrt{24^2 + 2^2} = \sqrt{580}$	X
$A_2(-12, 12)$	$\frac{1}{12}$	12	$\sqrt{24^2 + 12^2} = \sqrt{720}$	X
$A_2\left(9, \frac{8}{3}\right)$	$\frac{1}{6}$	9	$\sqrt{3^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{145}{9}}$	O
$A_2\left(-6, \frac{8}{3}\right)$	$\frac{1}{3}$	6	$\sqrt{18^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = \sqrt{324 + \frac{64}{9}}$	X

※ 확률이 0인 $A_2(9, 16)$ 과 $A_2(-6, 16)$ 의 경우는 거리 계산에서 제외하였다.

[문제 1] 채점기준

- $m = 2, n = 3$ 인 경우 점 A_1 과 A_2 의 좌표와 그에 해당하는 확률을 정확히 계산하면: **+8점**
 - 점 A_1 의 좌표를 정확히 계산하면 **+3점**
 - 점 A_2 의 좌표를 정확히 계산하면 **+3점**
 - 점 A_1 과 A_2 가 일어날 확률과 $A \rightarrow A_1 \rightarrow A_2$ 일 확률을 정확히 계산하면 **+2점**
- $m = 3, n = 2$ 인 경우 점 A_1 과 A_2 의 좌표와 그에 해당하는 확률을 정확히 계산하면: **+8점**
 - 점 A_1 의 좌표를 정확히 계산하면 **+3점**
 - 점 A_2 의 좌표를 정확히 계산하면 **+3점**
 - 점 A_1 과 A_2 가 일어날 확률과 $A \rightarrow A_1 \rightarrow A_2$ 일 확률을 정확히 계산하면 **+2점**
- 두 점 사이의 거리를 정확히 계산하고 $|x_1|$ 와 정확히 비교해서 정답을 찾아내면 **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-1] 예시답안

$f'(x) = (x^2 + 5) \left\{ 1 - 2\sin\left(\frac{\pi x}{x^2 + 5}\right) \right\}$ 이므로 $f(x)$ 는 $\frac{\pi x}{x^2 + 5} = \frac{\pi}{6} + 2n\pi, \frac{\pi x}{x^2 + 5} = \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$ 일 때,

극값을 가질 수 있다. 하지만 $f'(0) \neq 0$ 이고, $x \neq 0$ 일 때

$\left| \frac{\pi x}{x^2 + 5} \right| = \frac{\pi}{|x| + \frac{5}{|x|}} \leq \frac{\pi}{2\sqrt{5}} < \frac{\pi}{4}$ 이므로, $\frac{\pi x}{x^2 + 5} = \frac{\pi}{6}$ 인 경우, 즉 $x = 1, 5$ 일 때, 극값을 가진다.

도함수 $f'(x)$ 의 부호를 조사하기 위해, $g(x) = 1 - 2\sin\left(\frac{\pi x}{x^2 + 5}\right)$ 라 정의하고

이 함수의 도함수 $g'(x) = 2\cos\left(\frac{\pi x}{x^2 + 5}\right) \frac{\pi(x^2 - 5)}{(x^2 + 5)^2}$ 를 구한다. 이로부터 $g(x)$ 가 구간 $(-1, \sqrt{5})$ 에서 감소하고,

구간 $(\sqrt{5}, 5)$ 에서는 증가한다는 것을 알 수 있다. 그런데 $g(1) = g(5) = 0$ 이므로, 구간 $(-1, 1)$ 에서 $g(x) > 0$ 이고

$f(x)$ 는 증가하며, 구간 $(1, 5)$ 에서는 $g(x) < 0$ 이고 $f(x)$ 는 감소한다.

따라서 $x = 1$ 일 때 $f(x)$ 는 최댓값을 가진다. 마지막으로 $(x^2 + 5)\sin\left(\frac{\pi x}{x^2 + 5}\right)$ 의 그래프의 형태를 생각해보면

정적분 $\int_{-1}^1 (x^2 + 5)\sin\left(\frac{\pi x}{x^2 + 5}\right) dx = 0$ 이라는 것을 알 수 있다.

따라서, 최댓값은 $f(1) = \int_{-1}^1 (t^2 + 5) dt = \frac{32}{3}$ 이다.

[문제 2-1] 채점기준

- $x = 1, 5$ 일 때 $f'(x) = 0$ 인 것을 확인하면: **+3점**
- $f(x)$ 의 증가, 감소 구간을 조사하여 $f(1)$ 이 최대라는 것을 보이면: **+4점**
- $f(1) = \frac{32}{3}$ 를 구하면: **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 예시답안

x 와 y 를 t 에 대해 미분하여

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} &= \sqrt{\left(-\frac{\sin t}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}\sin t \cos t}{8 + \sin^2 t}\right)^2} \\ &= \frac{\sin t}{\sqrt{3}(8 + \sin^2 t)} \sqrt{(8 + \sin^2 t)^2 + 36\cos^2 t} = \frac{\sin t(10 - \sin^2 t)}{\sqrt{3}(8 + \sin^2 t)}\end{aligned}$$

를 구한다. 따라서 $u = \cos t$ 로 치환하여,

$$\begin{aligned}\int_0^\pi \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt &= \int_0^\pi \frac{\sin t(9 + \cos^2 t)}{\sqrt{3}(9 - \cos^2 t)} dt = \int_{-1}^1 \frac{9 + u^2}{\sqrt{3}(9 - u^2)} du = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_0^1 \frac{9 + u^2}{9 - u^2} du \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \int_0^1 \left(-1 + \frac{3}{3-u} + \frac{3}{3+u}\right) du = \frac{2}{\sqrt{3}}(-1 + 3\ln 2) = -\frac{2}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{3}\ln 2 \text{ 를 구한다.}\end{aligned}$$

[문제 2-2] 채점기준

- $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \frac{\sin t(10 - \sin^2 t)}{\sqrt{3}(8 + \sin^2 t)}$ 를 구하면: **+5점**
- $u = \cos t$ 로 치환하여, $\int_{-1}^1 \frac{9 + u^2}{\sqrt{3}(9 - u^2)} du$ 를 구하면: **+5점**
- 정적분을 $\frac{2}{\sqrt{3}} \int_0^1 \left(-1 + \frac{3}{3-u} + \frac{3}{3+u}\right) du$ 형태로 정리한 후, 계산하여 정답 $\frac{2}{\sqrt{3}}(-1 + 3\ln 2)$ 를 얻으면: **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 예시답안

정적분하면 $a_n = \int_0^{\ln(n+1)} (2e^{2x} - e^x) dx = [e^{2x} - e^x]_0^{\ln(n+1)} = n(n+1)$ 이다.

$\frac{1}{a_k} = \frac{1}{k(k+1)} = \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$ 이므로 주어진 식의 값은

$$\sum_{k=1}^{99} \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + 1\right) \frac{1}{a_k} = \sum_{k=1}^{99} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2}\right) + \sum_{k=1}^{99} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) = \frac{9999}{10000} + \frac{99}{100} = \frac{19899}{10000}$$

[문제 3-1] 채점기준

- $a_n = n(n+1)$ 를 구하면: **+5점**
- $\frac{1}{a_k} = \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$ 을 이용하여 식의 값 $\frac{19899}{10000}$ 을 구하면: **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
 ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ⚡점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 예시답안

함수 $f(\theta)$ 를 $\overline{AP} + \overline{BP} = f(\theta) = \sqrt{74 - 70 \cos \theta} + \sqrt{74 - 70 \sin \theta}$ 라 하자.

$$f'(\theta) = \frac{35 \sin \theta}{\sqrt{74 - 70 \cos \theta}} - \frac{35 \cos \theta}{\sqrt{74 - 70 \sin \theta}} \text{ 이므로 } f'(\theta) = 0 \text{ 을 정리하면}$$

$$37(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) - 35(\sin^3 \theta - \cos^3 \theta) = 0 \text{ 이다.}$$

$$\text{정리하면 } (\sin \theta - \cos \theta) [37(\sin \theta + \cos \theta) - 35(1 + \sin \theta \cos \theta)] = 0 \text{ 이다.}$$

$$\sin \theta - \cos \theta = 0 \text{ 일 때, } \theta = \frac{\pi}{4} \text{ 이고 } \sin \theta = \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 이다.}$$

$37(\sin \theta + \cos \theta) = 35(1 + \sin \theta \cos \theta)$ 일 때, 제곱하고 $X = \sin \theta \cos \theta$ 로 써서 정리하면

$$(25 \times 49)X^2 - 288X - 144 = (25X - 12)(49X + 12) = 0 \text{ 이다. 범위가 } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ 이므로 } \sin \theta \cos \theta = \frac{12}{25} \text{ 이다.}$$

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5} \text{ 와 연립하여 근을 구하면 } \sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \alpha = \frac{4}{5} \text{ 를 만족하는 } \alpha \text{ 와 } \sin \beta = \frac{4}{5}, \cos \beta = \frac{3}{5} \text{ 을}$$

만족하는 β 가 있다. $\theta = 0, \alpha, \frac{\pi}{4}, \beta, \frac{\pi}{2}$ 에서 $\{f(\theta)\}^2$ 값을 계산하자.

$$\{f(0)\}^2 = \left\{f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right\}^2 = 78 + 4\sqrt{74}, \{f(\alpha)\}^2 = \{f(\beta)\}^2 = 98, \left\{f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right\}^2 = 296 - 140\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

최솟값은 98 이다.

[문제 3-2] 채점기준

- $f(\theta)$ 를 미분하여 $\sin \theta - \cos \theta = 0$, $37(\sin \theta + \cos \theta) = 35(1 + \sin \theta \cos \theta)$ 를 구하면: **+7점**
- $\sin \theta = \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 와 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ 를 구하면: **+6점**
- 함수값을 비교하여 최솟값 $7\sqrt{2}$ 을 구하면: **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
 ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ⚡점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-1] 예시답안

$k = \pm 1$ 인 경우, 두 접선이 이루는 각이 45° 가 아님을 쉽게 알 수 있다. 따라서 $k \neq \pm 1$ 이라 가정할 수 있다.

접선을 $y = mx \pm \sqrt{m^2 + 2}$ 라 놓자. 접선이 점 $P(k, \sqrt{3})$ 을 지나므로 대입하여 정리하여 m 에 대한

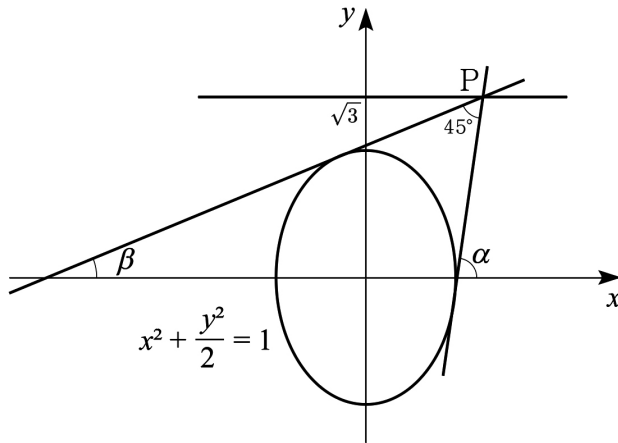
이차방정식 $(k^2 - 1)m^2 - 2\sqrt{3}km + 1 = 0$ 을 얻는다. 아래 그림과 같이 두 접선이 x 축과 이루는 각을 α, β ($\alpha > \beta$)라 하면

$\tan \alpha, \tan \beta$ 는 이 이차방정식의 두 근이고, 근과 계수의 관계에 의하여

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{2\sqrt{3}k}{k^2 - 1} \text{ 과 } \tan \alpha \tan \beta = \frac{1}{k^2 - 1} \text{ 이다. } \alpha - \beta = 45^\circ \text{ 이므로}$$

$$1 = \tan^2(\alpha - \beta) = \left(\frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right)^2 = \frac{(\tan \alpha + \tan \beta)^2 - 4 \tan \alpha \tan \beta}{(1 + \tan \alpha \tan \beta)^2} = \frac{\left(\frac{2\sqrt{3}k}{k^2 - 1} \right)^2 - \frac{4}{k^2 - 1}}{\left(1 + \frac{1}{k^2 - 1} \right)^2}$$

정리하여 방정식 $(k^2)^2 - 8k^2 - 4 = 0$ 을 얻는다. $k^2 > 0$ 이므로 $k^2 = 4 + 2\sqrt{5}$



[문제 4-1] 채점기준

- 접선을 $y = mx \pm \sqrt{m^2 + 2}$ 라 놓고, $(k^2 - 1)m^2 - 2\sqrt{3}km + 1 = 0$ 를 얻으면: **+5점**
- 두 접선이 x 축과 이루는 각을 α, β 라 놓고, $\tan \alpha + \tan \beta = \frac{2\sqrt{3}k}{k^2 - 1}$ 과 $\tan \alpha \tan \beta = \frac{1}{k^2 - 1}$ 을 얻으면: **+5점**
- $k^2 = 4 + 2\sqrt{5}$ 를 구하면: **+5점**

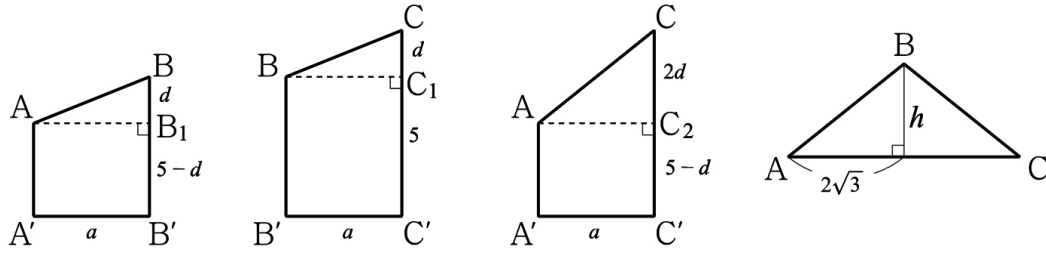
※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 예시답안

$\overline{AA'} = 5 - d$, $\overline{BB'} = 5$, $\overline{CC'} = 5 + d$ 라 하고, 정삼각형 $A'B'C'$ 의 한 변의 길이를 a 라 하자.

아래 그림과 같이 점 B_1, C_1, C_2 를 선분 BB' 또는 CC' 위에서 잡자.



직각삼각형 AB_1B, BC_1C 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{a^2 + d^2}$ 이므로 삼각형 ABC 는 이등변삼각형이다.

위 그림과 같이 점 B 와 선분 AC 사이의 거리를 h 라 하면 삼각형 ABC 의 넓이가 $6\sqrt{3}$ 이므로 $h = 3$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{21}$ 이다.

직각삼각형 AB_1B 와 AC_2C 에서 $a^2 + d^2 = 21, a^2 + 4d^2 = 48$ 이므로 $a = 2\sqrt{3}$ ($d = \pm 3$)을 얻는다.

따라서 삼각형 $A'B'C'$ 의 넓이는 $3\sqrt{3}$ 이고, 평면 ABC 와 평면 α 가 이루는 각을 θ 라 하면 $\cos\theta = \frac{1}{2}$ 이다.

삼각형 ABC 의 내접원의 반지름의 길이를 r 라 하고 삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 하면

$$\frac{1}{2}(4\sqrt{3} + 2\sqrt{21})r = S = 6\sqrt{3} \text{ 이므로 } r = 2(\sqrt{7} - 2) \text{ 을 얻는다.}$$

삼각형 ABC 의 내접원의 그림자의 넓이는 $\pi r^2 \cos\theta = \frac{1}{2}\pi r^2 = 2(11 - 4\sqrt{7})\pi$ 이다.

[문제 4-2] 채점기준

- $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{21}$ 를 구하면: **+5점**
- 삼각형 $A'B'C'$ 의 넓이 $3\sqrt{3}$ 을 구하면: **+5점**
- 그림자의 넓이 $2(11 - 4\sqrt{7})\pi$ 를 구하면: **+5점**
- (그림자의 넓이를 $\frac{18\pi}{11 + 4\sqrt{7}}$ 로 구해도 **+5점**)

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 최점을 부여할 수 있습니다.

중앙대학교는 교육과 연구,
모든 분야에서 대학교육의
혁신을 선도합니다.

미래 혁신의 핵심 인재를 양성하며
중앙은 새로운 시대를 그려나갑니다.

TORY

BECAUS HERO

비카우스히어로 - 중앙을 선택한 당신은 이미 중앙의 영웅이다



중앙대학교
CHUNG-ANG UNIVERSITY

06974 서울특별시 동작구 흑석로 84
TEL 02) 820-6393 FAX 02) 813-8158
<https://admission.cau.ac.kr>

